

AZ 1861-iki

# NAGY ÜSTÖKÖS

PÁLYÁJÁNAK MEGHATÁROZÁSA.

---

DR. MURMANN ÁGOST,  
A PRÁGAI CSILLAGDA SEGÉDJÉTŐL.

---

(Bemutattatott a III. osztály ülésén 1871. jun. 19.)

---

PESTEN

EGGENBERGER FÉLE AKAD. KÖNYVKERESKEDÉS.

(Hoffmann és Molnár.)

1873,





AZ 1861-diki NAGY  
ÜSTÖKÖS PÁLYÁJÁNAK MEGHATÁROZÁSA.

Dr. MURMANN ÁGOST

A PRÁGAI CSILLAGDA SEGÉDJÉTŐL.

(Bemutatott a III. osztály ülésén 1871. jun. 19.)

Hosszasb idő előtt kezdett pályaszámításomat a megnevezett 1861. II. üstökös érdekében az okból kellett félbeszakasztanom, mert a pulkovai csillagdán elintézett igen fontos észleletek (a mely csillagdán az üstökös közel négy hónappal tovább vala szemlélhető mint másutt) néhány összehasonlitási csillag délköröni meghatározása miatt még nem jelentek volt meg. Mult évben azonban Struve O. „Beobachtungen des grossen Kometen von 1861. St.-Petersburg 1868.“ czimű munkája birtokába jutván, ismét megkezdtem számításomat s a kiegészített észleleti anyagon alapítandó pályahatározást véghez is vittem.

Miután ezen üstökös megjelenési idejekor csak a déli félgömbre való rögtöni, felszállása után pedig az európai és éjszakamerikai észlelők legérdekesebb tárgyává lön, és miután az utolsó öt héten át fogyott fényhatályossága miatt annak csak egy-egy észlelete sikerült: így történt, hogy ezen üstökös látszólagos pályájának végei csak bizonytalansággal határozhatók meg, ahhoz hasonlítva, hogy közepe a sűrű észleletek következtében kitünő meghatározhatósággal bír.

Ehhez képest egy elemrendszert először úgy származtatam le, hogy ez 215 — még pedig 1861-diki julius elsejétől egészen 1862-diki márczius végeig terjedő — észleleten alapított tizenegy normálhelyt lehető legjobban állítson elő, továbbá egy második elemrendszert, mely az 1861-diki junius-

és 1862-diki aprilisban történt észleleteket is az ép említetekkel kapcsolja egybe.

A számítási eljárást illetőleg előrebocsájtjuk, hogy a háboroknak az üstökös pályájára való befolyását szorosan vettük tekintetbe, s hogy a földösszrendezőkre is, melyek a normálhelyek az elemekkel való összhasonlítására szükségeltetnek, különös gondot fordítottunk.

A normálhelyek képezésére szolgáló naplókat Dr. Seeling az „Astronomische Nachrichten“-ben 1347-dik számában tartalmazott elemrendszere szerint — tekintettel az idézett helyen előforduló elemjavításokra — számítottuk. Az elemek tehát, melyekből kiindultunk a következők:

$$\begin{aligned} T &= 1861 \text{ június } 11^{\text{d}}.50789 \text{ greenwichi közép idő} \\ \pi &= 249^{\circ} \ 4' \ 6''.86 \\ \lambda &= 278 \ 58 \ 2.17 \\ a) \dots i &= 85 \ 26 \ 29.58 \end{aligned} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} 1861.0 \\ \text{közép éjegyén} \end{array}$$

$$\begin{aligned} \log q &= 9.9150604 \\ e &= 0.9853261 \\ &\text{előmenő.} \end{aligned}$$

— jelölvén  $T$ -vel azon időpontot, melyben az üstökös napközeliében volt,  $\pi$ -vel a napközeli,  $\lambda$ -val a felszálló csomó hosszát,  $i$ -vel a pályahajlást,  $q$ -val az üstökös legkisebb távolságát a naptól,  $e$ -vel a pálya középkihútságát. Kiemelni akarjuk továbbá, hogy  $\pi$   $\lambda$   $i$  szögek a nappályára vonatkoznak, s hogy ezek a mint fennebbi értékeit mellé jegyeztük az 1861.0-diki közép nappályától s az 1861.0-diki közép éjegyentől számítvák. A nappálya 1861.0-közép ferdesége a Nautical Almanac szerint  $= 23^{\circ} \ 27' \ 26''.92$  vétetett fel, a mivel lesz:

$$\begin{aligned} \pi_0 &= 226^{\circ} \ 58' \ 37''.25 \\ \lambda_0 &= 280 \ 1 \ 52.16 \\ i_0 &= 89 \ 21 \ 59.24 \end{aligned} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} 1861.0 \\ \text{közép éjegyén} \end{array}$$

a mely szögek hasonlólag határozzák meg az üstökőspálya fekvését az egyenlítőhöz mint fennebbi  $\pi$ ,  $\lambda$ ,  $i$  szögek a nappályához.

Ha most  $v$ -val a valódi eltérést,  $r$ -vel a vezérsugarat jelöljük, akkor az üstökös földközepi derékszögű összhasonlítására következőleg mutatkoznak:



$$x = r \sin a \sin (v + A')$$

$$y = r \sin b_0 \sin (v + B')$$

$$z = r \sin c_0 \sin (v + C')$$

s azon feltevéssel hogy  $+ X$  tengely a tavasz ponton megy át,  $+ Z$  tengely éjszak felé,  $+ Y$  tengely pedig  $90^\circ$ -nyi egyenes emelkedésre irányul, a fennebbi elemek  $\sin a$ ,  $\sin b_0$ ,  $\sin c_0$ ,  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$  mennyiségek számára (a mely »constansok« jelölését Freia bolygó feletti értekezésünköl átvettük) a következő értékeket adják:

$$A' = 33^\circ 22' 8''.35$$

$$B' = 217 \quad 3 \quad 28.52$$

$$C' = 306 \quad 56 \quad 45.10$$

$$\log \sin a = 9.2418544$$

$$\log \sin b_0 = 9.9933106$$

$$\log \sin c_0 = 9.9999734$$

$v$  mennyiséget (s közvetve  $r$  mennyiségt is) ama Bessel-féle tábla segítségével számítottam, mely a hajtaléknak valódi eltérése s az egyenlő napközeli távolságu kerülék vagy menteléké közötti különbséget (1-e) mennyiség szerint fejt ki, s mely az Olbers-féle ismert műhez csatolva van. A napösszrendezőket a Nautical Almanac-ból vettem ki, s nem különben az átvitel (reductio) értékeit is, melyek az 1861.-diki közép éjegyene vonatkozó helyeknek a látszólagos éjegyenekre való átvivésére szolgálnak.

Ekkép eredtek az egyenes számítás utján a következő földközepi helyek:

greenwichi		látszólagos		földtöli táv.	
közép idő		egyenes emelked	elhajlás	log	
1861. jul.	1 <sup>d</sup> 5 <sup>h</sup>	108° 46' 31".14	+53° 44'	7".06	9.14271
	6	109 19 15.53	54 5	48.17	9.14387
	7	109 52 23.42	54 27	13.33	9.14505
	8	110 25 54.62	54 48	21.75	9.14627
	9	110 59 49.69	55 9	13.84	9.14751
	10	111 34 7.92	55 29	49.15	9.14877
	11	112 8 50.22	55 50	7.13	9.15007
	12	112 43 55.51	56 10	7.90	9.15138
	13	113 19 24.48	56 29	51.28	9.15273

greenwiehi		lát sz ó l a g o s				földtőli táv.	
közép idő		egyenes emelked		elhajlás		log	
	14	113	55	16.61	56	49	16.65 9.15410
	15	114	31	32.19	57	8	24.36 9.15549
	16	115	8	11.07	57	27	14.04 9.15690
	17	115	45	12.60	57	45	45.39 9.15834
	18	116	22	37.08	58	3	57.83 9.15980
2 <sup>a</sup>	6 <sup>h</sup>	124	19	31.94	+61	17	49.78 9.17886
	7	125	1	25.25	61	31	53.14 9.18056
	8	125	43	35.88	61	45	36.57 9.18228
	9	126	26	3.63	61	59	0.41 9.18401
	10	127	8	43.73	62	12	4.70 9.18576
	11	127	51	47.29	62	24	49.34 9.18752
	12	128	35	2.44	62	37	14.66 9.18929
	13	129	18	30.69	62	49	19.70 9.19108
	14	130	2	13.17	63	1	5.68 9.19288
	15	130	46	7.92	63	12	31.93 9.19470
	16	131	30	15.22	63	23	39.22 9.19651
	17	132	14	33.45	63	34	26.68 9.19834
	18	132	59	2.02	63	44	55.02 9.20019
	19	133	43	40.75	63	55	4.74 9.20204
3 <sup>a</sup>	5 <sup>h</sup>	141	15	25.76	+65	19	32.42 9.22108
	6	142	0	48.33	65	26	20.12 9.22303
	7	142	46	8.67	65	32	50.57 9.22498
	8	143	31	26.67	65	39	3.79 9.22693
	9	144	16	41.15	65	45	0.37 9.22889
	10	145	1	51.52	65	50	40.56 9.23086
	11	145	46	56.17	65	56	3.91 9.23283
	12	146	31	54.05	66	1	11.65 9.23480
	13	147	16	44.97	66	6	3.12 9.23678
	14	148	1	27.09	66	10	38.70 9.23877
	15	148	46	1.47	66	14	59.45 9.24075
	16	149	30	24.91	66	19	4.88 9.24275
	17	150	14	37.77	66	22	55.06 9.24474
	18	150	58	39.92	66	26	31.28 9.24673



greenwichi		lát sz ó la g o s				földtöli táv.			
közép idő		egyenes		emelked	elhajlás		log		
juli us	22 <sup>d</sup>	0 <sup>h</sup>	220	56	40.86	+51	7	6.29	9.81385
		6	221	4	38.42	51	1	2.30	9.81829
		12	221	12	26.41	50	55	4.64	9.82268
		18	221	20	4.88	50	49	13.22	9.82702
	23	0	221	27	34.27	50	43	27.74	9.83132
		6	221	34	55.11	50	37	48.10	9.83557
		12	221	42	7.39	50	32	14.28	9.83977
		18	221	49	12.09	50	26	45.86	9.84393
	24	0	221	56	9.13	50	21	22.65	9.84805
augus t.	14 <sup>d</sup>	0 <sup>h</sup>	228	33	33.47	+45	40	7.81	0.09088
		6	228	37	34.51	45	37	54.77	0.09295
		12	228	41	35.60	45	35	42.52	0.09501
		18	228	45	36.52	45	33	31.33	0.09705
	15	0	228	49	37.49	45	31	20.97	0.09908
		6	228	53	38.46	45	29	11.62	0.10110
		12	228	57	39.29	45	27	3.18	0.10310
		18	229	1	40.36	45	24	55.53	0.10509
	16	0	229	5	41.27	45	22	48.78	0.10707
		6	229	9	42.30	45	20	42.78	0.10904
septemb.	6 <sup>d</sup>	0 <sup>h</sup>	234	58	54.88	+43	5	44.33	0.23893
		12	235	7	54.45	43	3	17.36	0.24142
	7	0	238	16	55.95	43	0	52.54	0.24389
		12	235	25	59.24	42	58	29.67	0.24634
	8	0	235	35	4.56	42	56	8.90	0.24876
		12	235	44	11.76	42	53	50.18	0.25116
	9	0	235	53	20.83	42	51	33.56	0.25354
		12	236	2	31.71	42	49	18.89	0.25590
	10	0	236	11	44.50	42	47	6.34	0.25823
oktober	7 <sup>d</sup>	0 <sup>h</sup>	245	14	32.54	+41	36	31.00	0.35875
		12	245	25	25.19	41	36	6.88	0.36023
	8	0	245	36	19.28	41	35	44.86	0.36171
		12	245	47	15.03	41	35	24.78	0.36317
	9	0	245	58	12.49	41	35	6.74	0.36462
		12	246	9	11.61	41	34	50.83	0.36606

greenwichi		lát sz ó la g o s				földtöli táv.		
közép idő		egyen es		emelked	elhajlás	log		
	10 0	246	20	12.29	41 34	36.92	0.36749	
	12	246	31	14.58	41 34	25.15	0.36891	
	11 0	246	42	18.51	41 24	15.36	0.37032	
novemb.	2 <sup>d</sup> 0 <sup>h</sup>	255	14	13.44	+42 1	17.82	0.42372	
	3	255	38	36.08	42 4	8.69	0.42581	
	4	256	3	4.02	42 7	8.28	0.42787	
	5	256	27	37.22	42 10	16.65	0.42992	
	6	256	52	15.54	42 13	33.77	0.43193	
	7	257	16	58.89	42 16	59.58	0.43393	
	8	257	41	47.22	42 20	34.18	0.43590	
	9	258	6	40.43	42 24	17.52	0.43785	
	10	258	31	38.50	42 28	9.58	0.43978	
	11	258	56	41.24	42 32	10.40	0.44168	
	12	259	21	48.66	42 36	19.88	0.44357	
	13	259	47	0.61	42 40	38.16	0.44544	
novemb.	25 <sup>d</sup> 0 <sup>h</sup>	264	55	7.37	+43 43	26.73	0.46646	
	26	265	21	15.57	43 49	36.36	0.46811	
	27	265	47	27.73	43 55	54.63	0.46974	
	28	266	13	44.01	44 2	21.34	0.47137	
	29	266	40	4.15	44 8	56.70	0.47298	
	30	267	6	28.11	44 15	40.61	0.47457	
deczemb.	1	267	32	55.86	44 22	33.09	0.47616	
	2	267	59	27.33	44 29	33.90	0.47773	
	3	268	26	2.34	44 36	43.46	0.47929	
	4	268	52	40.85	44 44	1.33	0.48084	
	5	269	19	22.78	44 51	27.80	0.48237	
	6	269	46	8.02	44 59	2.53	0.48390	
deczemb.	22 <sup>d</sup> 0 <sup>h</sup>	277	0	45.99	+47 18	36.11	0.50713	
	24	277	55	53.27	47 38	20.97	0.50991	
	26	278	51	9.93	47 58	35.48	0.51266	
	28	279	46	35.57	48 19	18.92	0.51540	
	30	280	42	9.64	48 40	30.90	0.51812	
	1	281	37	51.41	49 2	10.94	0.52083	



	greenwichi	lát sz ó la g o s				földtőli táv.	
	közép idő	egyenes emelked		elhajlás		log	
1862. jan. 3		282	33 40.29	49	24 18.47	0.52352	
5		283	29 35.57	49	46 52.64	0.52619	
márczius 20 <sup>d</sup> 0 <sup>h</sup>		318	30 41.47	+66	56 2.42	0.62278	
22		319	27 54.90	67	25 56.60	0.62534	
24		320	25 12.21	67	55 48.61	0.62790	
26		321	22 33.78	68	25 38.05	0.63044	
28		322	19 59.93	68	55 24.36	0.63298	
30		323	17 30.76	69	25 6.90	0.63550	

Az észleletek, melyek ezen naplókkal összehasonlítottak az »Astronomische Nachrichten« czimű folyóiratban, a greenwichiek a »Greenwich Observations«, a párisiak az »Annales de l'Observatoire de Paris« czimű évkönyvekben, s az 1862-diki pulkovai észleletek a fenn idézett Struve-féle értekezésben tartalmazvák. Az észleleteknek a kiindulati elemektől eltéréseit úgy határozzuk meg, — tekintettel az irányferdülés- (aberratio) és látköze (parallaxis) — hogy a naplók közbeiktatott adatait levonjuk az észleletekből, s jelölván az egyenesemelkedést  $\alpha$ -val, az elhajlást  $\delta$ -val erednek (Observ. — Calc.)

Szám	idő	észlelési hely	$\alpha$ (O—C)	$\delta$ (O—C)
1	1861. július	1 <sup>d</sup> .37 Athene	6 <sup>''</sup> .06	— 6 <sup>''</sup> .67
2		1.37 Párizs	9.52	—11.83
3		1.38 Padua	5.84	— 9.66
4		1.40 Athene	2.23	— 9.74
5		1.40 Párizs	3.08	— 3.92
6		1.40 Bonn	7.87	— 7.44
7		1.40 Altona	22.28	— 0.84
8		1.41 Párizs	6.70	—10.26
9		1.42 Padua	5.96	— 6.60
10		1.42 Genf	5.07	— 5.53
11		1.44 Bonn	12.36	—11.94
12		1.44 Párizs	5.98	— 9.74
13		1.44 Bonn	11.37	— 6.37
14		1.44 Altona	15.25	— 6.37

Szám	idő	észlelési hely	$\alpha$ (O—C)	$\delta$ (O—C)
15		1 <sup>d</sup> .45 Pulkova	7 <sup>''</sup> .45	.....
16		1.45 »	.....	— 4.86
17		1.50 Padua	1.25	— 9.73
18	1)	1.52 Bonn	(—11.50)	— 3.00
19	2)	1.55 Madrid	7.71	(+19.99)
20		1.60 Párizs	9.75	—11.38
21	julius	2.27 Athene	17.95	— 1.25
22		2.38 Altona	15.38	— 8.58
23		2.40 Bécs	6.74	— 7.76
24		2.42 Athene	0.60	— 4.98
25		2.43 Genf	18.22	—11.95
26		2.44 Leiden	27.52	— 5.63
27		2.44 Cambridge	12.20	.....
28		2.45 Bécs	12.40	— 8.38
29		2.45 Párizs	27.01	.....
30		2.45 »	.....	— 6.50
31		2.46 Cambridge	.....	— 3.35
32		2.55 Padua	4.53	—10.39
33		2.55 Cambr. U. S.	8.17	— 1.68
34		2.55 Hamburg	4.88	— 3.49
35		2.57 Bonn	7.81	— 5.24
36		2.59 Madrid	23.07	— 4.15
37		2.63 Washington	23.53	— 7.43
38	julius	3.27 Athene	9.16	— 9.15
39		3.32 »	13.55	— 8.13
40		3.36 Altona	11.06	—10.24
41	3)	3.37 Berlin	4.96	— 7.06
42		3.39 Athene	4.65	— 9.23
43		3.41 Párizs	9.17	— 6.27
44		3.41 Cambridge	26.46	— 8.58
45		3.42 Mannheim	1.89	— 6.71
46		3.42 Bonn	15.74	— 5.21
47		3.44 Genf	10.42	— 6.34
48		3.45 Liverpool	24.71	— 5.17
49	4)	3.46 Cambridge	22.70	(—29.57)
50		3.47 Liverpool	9.54	— 9.61



Szám	idő	észlelési hely	$\alpha$ (O=C)	$\delta$ (O—C)
51		3 <sup>d</sup> .51 Leiden	18".38	— 4".72
52		3.54 Cambr. U. S.	13.16	— 1.68
53	5)	3.58 Washington	16.81	— 5.49
54		3.58 Athene	21.70	— 4.19
55		3.59 Washington	45.46	— 3.20
56		3.60 Hamburg	6.04	— 4.47
57		3.64 Madrid	21.00	— 7.48
58		3.64 Cambr. U. S.	1.33	— 3.41
59		3.66 Hamilton C.	— 0.50	— 6.01
60	julius	22.27 Athene	— 6.12	— 3.48
61		22.27 »	4.88	0.12
62		22.37 Padua	—12.24	— 4.35
63		22.38 Mannheim	— 9.05	— 4.20
64		22.39 Genf	—12.13	7.59
65		22.39 »	— 8.85	— 0.49
66		22.40 Berlin	— 4.73	— 1.25
67		22.42 Leiden	2.16	1.27
68		22.43 Párizs	3.79	0.09
69		22.46 Leiden	— 2.81	— 0.69
70		22.49 Bilk	0.81	1.10
71		22.73 Hamilt. Coll.	— 0.61	— 1.09
72		23.33 Athene	— 6.17	3.28
73		22.35 Bécs	— 4.27	— 1.80
74		23.39 Berlin	— 0.30	2.21
75		23.39 Padua	7.36	3.10
76		23.44 Cambridge	— 5.07	— 3.55
77		23.47 Leiden	— 9.20	2.76
78		23.59 Washington	6.05	— 3.32
79		23.68 Hamilt. Coll.	— 2.85	2.17
80	auguszt.	14.26 Athene	4.34	—11.73
81		14.34 Bécs	— 9.10	6.66
82		14.35 Genf	— 7.75	3.07
83		14.36 Mannheim	— 3.85	3.81
84		14.37 Genf	— 0.32	— 0.08
85		14.37 Padua	— 3.70	15.55
86		14.38 Párizs	— 2.43	2.75

Szám	idő	észlelési hely	$\alpha$ (O—C)	$\delta$ (O—C)
87		14.41 Cambridge	2".72	2".56
88		14.47 Christiania	— 1.31	2.46
89		14.59 Hamilt. Coll.	— 4.00	1.21
90		15.27 Athene	— 3.70	1.96
91		15.36 Padua	— 9.01	5.38
92		15.37 Genf	— 4.02	— 1.52
93		15.39 Párizs	— 1.19	3.02
94		15.40 Berlin	— 3.21	0.65
95		15.42 Cambridge	5.60	1.27
96		15.45 Christiania	0.54	—10.93
97		15.55 Washington	3.04	—10.09
98		15.60 Cambr. U. S.	— 1.09	0.38
99		15.63 Ham. Coll.	0.55	—12.06
100	szeptemb,	6.32 Genf	1.98	— 5.09
101		6.33 »	— 4.07	2.65
102	6)	6.35 Padua	— 7.46	(—31.90)
103		6.36 Cambridge	4.18	4.42
104		6.53 Leiden	—17.25	.....
105		6.59 Washington	4.43	— 9.37
106		7.23 Athene	— 1.41	3.81
107		7.32 Genf	— 2.81	1.00
108		7.38 Cambridge	4.31	8.56
109		7.39 Párizs	0.30	2.48
110		7.55 Washington	0.22	— 1.78
111		7.56 Cambridge U.S.	1.65	0.83
112		7.57 Ham. Coll.	— 1.54	2.82
113		8.30 Mannheim	— 4.78	8.17
114		8.32 Padua	— 4.78	12.42
115		8.35 Leiden	— 4.69	7.57
116		8.39 »	— 1.42	4.95
117		8.58 Cambridge U.S.	2.97	2.71
118		8.58 Ham. Coll.	0.24	3.76
119	7)	9.32 Altona	(47.87)	8.70
120		9.35 Cambridge	3.39	— 7.47
121		9.40 Leiden	— 7.17	9.61
122		9.57 Washington	—16.86	— 3.43
123		9.60 Ham. Coll.	1.00	2.31



Szám	idő	észlelési hely	$\alpha$ (O=C)	$\delta$ (O=C)
124	október	7 <sup>d</sup> .21 Athene	2".02	3".99
125	8)	7.22 „	— 8.05	0.89
126	9)	7.25 Mannheim	—22.75	1.33
127		7.27 Bécs	6.72	9.88
128	10)	7.33 »	(—64.37)	6.15
129		7.35 Altona	8.69	30.33
130		7.38 Leiden	0.94	6.70
131		7.39 Bécs	13.61	11.05
132		8.21 Athene	2.57	— 0.61
133		8.21 »	3.28	— 3.21
134		8.28 Bécs	10.07	7.80
135		8.34 Lipese	— 3.21	2.32
136		8.53 Hamilt. Coll.	5.59	8.81
137		8.54 Washington	—21.42	—12.79
138		9.25 Mannheim	—17.21	— 2.59
139		9.28 Greenwich	3.23	2.88
140		9.29 Berlin	—13.57	— 4.23
141		9.32 Párizs	—11.19	— 1.77
142	11)	9.34 Greenwich	35.11	10.21
143		9.38 Cambridge	—17.59	— 0.76
144		9.39 Leiden	3.71	— 1.28
145		9.50 Cambr. U. S.	—16.86	— 0.17
146		9.52 Hamilt. Coll.	6.38	9.75
147	novemb-	2.26 Genf	5.17	3.88
148		2.27 »	5.43	3.98
149		2.36 Cambridge	0.22	7.32
150		2.36 »	7.71	5.75
151		3.27 Genf	6.69	7.77
152		3.28 »	2.66	4.09
153		4.22 Mannheim	2.92	6.83
154		4.23 Athene	18.37	— 0.30
155		4.23 »	17.87	— 1.60
156		5.17 »	11.30	— 5.92
157		5.18 »	20.45	— 4.78
158		5.23 Mannheim	— 9.05	4.37
159		5.32 Cambridge	— 4.44	— 0.08

Szám	idő	észlelési hely	$\alpha$ (O—C)	$\delta$ (O—C)
160	5 <sup>d</sup> .40	Leiden	6".77	—23".40
161	6.28	Athene	17.87	— 5.25
162	6.31	Cambridge	— 7.79	— 3.65
163	7.18	Athene	13.81	— 2.28
164	7.32	Cambridge	— 9.35	— 1.44
165	7.47	Cambridge U. S.	8.71	— 0.77
166	8.18	Athene	20.32	1.85
167	9.35	Cambridge	— 0.71	9.20
168	10.50	Cambr. U. S.	8.76	4.10
169	11.35	Cambridge	— 3.32	— 4.94
170	11.50	Cambr. U. S.	3.98	2.45
171	12.49	Ham. Coll.	3.13	— 0.64
172	novemb. 25.49	Mannheim	— 3.09	10.77
173	25.32	Bécs	29.43	25.19
174	27.27	Cambridge	14.71	4.01
175	12) 27.37	Leiden	3.87	—33.13
176	28.17	Athene	15.55	.....
177	13) 28.18	»	12.59	— 4.39
178	28.22	Mannheim	— 8.16	4.76
179	28.27	Cambridge	13.96	4.56
180	28.35	Leiden	— 9.44	— 6.74
181	29.28	Bécs	32.39	13.41
182	14) 30.31	Cambridge	0.39	— 1.27
183	1.27	Párizs	14.10	6.33
184	deczemb. 2.22	Mannheim	— 6.32	14.13
185	2.22	Párizs	22.55	3.68
186	2.33	Leiden	— 0.13	9.96
187	3.17	Athene	19.66	8.16
188	3.22	Párizs	18.88	.....
189	3.24	Mannheim	—14.23	9.30
190	3.27	Bécs	9.63	28.17
191	3.29	Cambridge	17.29	— 0.23
192	15) 4.23	Mannheim	— 1.99	5.46
193	4.31	Cambridge	20.66	— 3.92
194	16) 5.20	Athene	10.22	— 1.11
195	5.30	Bécs	14.94	.....



Szám	idő	észlelési hely	$\alpha$ (O—C)	$\delta$ (O—C)
196	5 <sup>d</sup> .32	Cambridge	20 <sup>''</sup> .47	0 <sup>''</sup> .35
197	5.47	Hamilton C.	22.45	10.55
198	decemb. 22.17	Athene	13.81	8.85
199	22.23	Mannheim	15.48	5.70
200	22.25	»	24.33	8.16
201	22.26	Párizs	16.41	7.55
202	23.22	»	17.41	8.69
203	17) 23.29	Mannheim	20.87	14.78
204	23.30	„	9.08	5.22
205	24.22	Párizs	18.01	11.48
206	24.24	»	33.32	3.69
207	25.24	»	22.64	7.89
208	18) 25.25	Mannheim	5.40	0.64
209	25.26	Párizs	24.87	.....
210	25.47	Ham. College	29.89	7.70
211	27.23	Párizs	.....	2.35
212	27.27	»	18.97	.....
213	28.24	„	31.04	.....
214	1862 jan. 2.21	Pulkova	33.15	8.36
215	2.49	Ham. Coll.	20.22	6.78
216	3.18	Pulkova	24.83	7.24
217	4.49	Ham. Coll.	22.47	10.89
218	márczius 20.36	Pulkova	2' 1 <sup>''</sup> .60	3.81
219	21.33	»	1 27.12	1.03
220	22.40	»	2 5.44	— 5.90
221	25.31	»	1 37.02	3.27
222	28.41	»	1 33.18	6.17

Megjegyzések: <sup>1)</sup> Astr. Nachr. 1316 sz. Az észlelet felhők által akadályozva lévén, jobbnak véltük ezen, a többiek közül leginkább eltérő számot elhagyni.

<sup>2)</sup> Az elhajlásbani eltérés nagyságánál fogva kihagyott. Az Astr. Nachr. 1316. számában közölt elhajlás egy fokkal nagyobbbitandó.

<sup>3)</sup> Az elhajlás (Astr. Nachr. 1356.) egy fokkal kisebbbitetett.

<sup>4)</sup> Az elhajlási eltérés kihagyatott egy az A. N. 1379. számában lévő megjegyzés miatt.

<sup>5)</sup> Az A. N. 1330. számában előforduló  $41' 51''$  számokat  $51' 41''$ -re változtattam át.

<sup>6)</sup> Az elhajlásnak felette kis eltérése kihagyatott.

<sup>7)</sup> Az egyenes emelkedést nem használtam; az észlelő bizonytalannak mondja az észleletet (A. N. 1368.)

<sup>8)</sup> Az (E) csillag helyét (A. N. 1346) a bécsi délkörön tett szemléléseimből vettem fel, t. i.

$$\alpha \text{ app.} = 16^{\text{h}} 20^{\text{m}} 16^{\text{s}}.41 \quad \delta \text{ app.} = + 41^{\circ} 50' 15''.6$$

<sup>9)</sup> Az ezen észlelethez tartozó összehasonlítási csillag bécsi észleleteim szerint

$$\alpha \text{ app.} = 16^{\text{h}} 19^{\text{m}} 51^{\text{s}}.66 \quad \delta \text{ app.} = + 41^{\circ} 36' 35''.7$$

vétetett fel.

<sup>10)</sup> Az egyenes emelkedési eltérést kihagytam nagyságánál fogva.

<sup>11)</sup> A két greenwichi észlelet (October 9-dikén) egy-egy más észlelő által történt.

<sup>12)</sup> Bármennyire elüt ezen észlelet elhajlásbani eltérése a többiektől, kihagyatására még sem látszott elegendő ok.

<sup>13)</sup> A (Z) csillag (A. N. 1346.) észleleteim szerint:

$$\alpha (1861.0) = 17^{\text{h}} 45^{\text{m}} 14^{\text{s}}.51 \quad \delta (1861.0) = + 43^{\circ} 46' 26''.0$$

<sup>14)</sup> Az észlelő sejtelve (A. N. 1359), miszerint az elhajlás  $43''2$ -el t. i. a micrometer öt fordulatával nagyobbítandó, igazoltnak tűnt ki, miután ezen javítás nélkül az elhajlási eltérés  $= - 44'' 67$  lenne.

<sup>15)</sup> Bécsi észleleteim adták az összehasonlítási csillagot (A. N. 1351.)

$$\alpha (1861.0) = 17^{\text{h}} 55^{\text{m}} 24^{\text{s}}.90 \quad \delta (1861.0) = + 44^{\circ} 43' 36''.15$$

<sup>16)</sup> Az egyenes emelkedést (A. N. 1346.) időmásodperczelel nagyobbítottam.

<sup>17)</sup> Bécsi észleleteim adták az összehasonlítási csillagot (A. N. 1351.)

$$\alpha (1861.0) = 18^{\text{h}} 30^{\text{m}} 10^{\text{s}}.65 \quad \delta (1861.0) = + 47^{\circ} 45' 42''.85$$

<sup>18)</sup> Észleleteim adták a csillagot (A. N. 1351.)

$$\alpha (1861.0) = 18^{\text{h}} 33^{\text{m}} 51^{\text{s}}.49 \quad \delta (1861.0) = + 47^{\circ} 51' 35''.0$$



A látközök értékei az észleletek nagy részénél hiányzottak; kiszámítottuk tehát azokat a nap egyenlítői látköri látközének  $8''85$  értékével. Ezek szerint a fennebbi összehasonlításban a következő látközök vagyis látköz tekintetébeni javítások alkalmaztattak; az észlelet száma mellé tett első mennyiség az egyenes emelkedésre, a másik az elhajlásra vonatkozik. Minden többi észleletnél a látköz értéke már az észlelőtől volt felhozva vagy alkalmazva.

Sz.	Altona		Sz.	Athene	
7	$38''.52$	$53''.61$	163	$3''.15$	$0''.75$
14	24.30	56.98	166	3.08	0.68
22	62.22	37.92	176	3.13	
40	75.33	20.24	177	3.18	0.91
			187	3.24	0.91
Sz.	Athene		194	3.24	1.19
1	$47''.79$	$56''.16$	198	3.20	1.02
4	36.31	59.05	Sz.	Bilk	
21	93.86	21.73	70	$13''.21$	$5''.97$
24	50.16	51.01	Sz.	Bonn	
38	98.72	6.27	11	$32''.36$	$56''.46$
39	99.62	18.17	18		59.59
42	84.83	33.14	Sz.	Genf	
54	-13.99	49.13	10	$41''.35$	$55''.79$
60	5.92	-2.54	25	61.67	43.86
61	6.51	-2.43	47	75.53	32.10
72	11.39	-0.52	64	10.82	1.17
80	4.62	-0.25	65	10.94	1.27
90	4.82	-0.12	82	5.50	1.36
106	3.60	0.22	84	5.87	1.61
124	3.35	0.61	92	5.76	1.58
125	3.51	0.74	100	3.92	1.26
132	3.36	0.63	101	4.07	1.38
133	3.39	0.65	107	4.00	1.35
154	3.47	1.21	147	2.92	1.25
155	3.47	1.21	148	2.99	1.34
156	3.05	0.63	151	2.99	1.37
157	3.10	0.68	152	3.03	1.45
161	3.45	1.73			

Sz.	Hamburg		Sz.	Padua	
34	50"	.48	3	51"	.67
56	44.25		9	36.22	57.44
			17		61.12
Sz.	Leiden		32		54.09
26	52"	.10	62	10.57	0.80
51	44.42	40.18	75	11.66	1.78
67	10.97	3.17	85	6.41	1.93
69	12.28	4.50	91	6.10	1.74
77	12.01	4.89	102	4.70	1.96
104	3.20		114	4.22	1.46
115	3.87	2.08			
116	4.11	2.49	Sz.	Pulkova	
121	4.11	2.69	16		56".51
130	3.16	2.43			
144	3.05	2.59	Sz.	Washington	
160	2.33	2.61	37	85".30	35".07
175	2.12	2.41	53	98.50	11.81
180	2.29	2.25	55	98.45	13.74
186	2.34	2.14	78	9.07	— 1.48
			97	4.90	0.06
Sz.	Madrid		105	5.09	1.40
19		61".72	110	4.48	0.84
36		55.13	122	4.74	1.17
57		48.60	137	3.87	1.30

Ha most az észleleteknek a naplóktóli eltéréseit közép-számokba úgy kapcsoljuk össze, a mint azok csoportokra vannak osztva, akkor a következő számok jönnek ki:

	idő	$\alpha$ (O—C)	$\delta$ (O—C)
1861. július	1 <sup>d</sup> .43	+8".10	—7".55
»	2.47	+14.00	—6.05
»	3.48	+13.97	—5.90
»	22.83	—2.97	—0.03
auguszt.	14.92	—1.89	+0.22
szeptbr.	7.78	—2.16	
»	7.97		+2.71



	idő	$\alpha$ (O—C)	$\delta$ (O—C)
1861. október	8 <sup>d</sup> .43	—1' .36	
»	8.38		+3" .68
november	6.11	+ 5.90	+ 0.26
deczember	1.16	+10.40	
»	1.02		+ 4.69
»	26.33	+21.17	
»	26.28		+ 7.41
1862. márczius	23.56	+1' 44" .97	+ 1.68

Ezen számok a naplójavításnak következő napi menetét tüntetik ki:

	idő	$\alpha$ -ban	$\delta$ -ban
1861. július	1	+5" .67	+1" .44
»	2	+ 2.82	+ 0.80
»	3	— 0.45	+ 0.23
»	22	— 0.41	+ 0.16
auguszt.	14	+ 0.02	+ 0.06
septbr	7	+ 0.01	+ 0.07
október	8	+ 0.14	— 0.04
november	6	+ 0.22	+ 0.03
decbr.	1	+ 0.30	+ 0.14
»	26	+ 0.69	+ 0.02
1862. márcz.	23	+ 0.96	— 0.07

a mely adatok segítségével a fennebbi naplójavításokat átszál-  
lithatjuk a naplónak legközelebbi időadataira. az  $\alpha$ (O—C) és  
 $\delta$ (O—C) középszámoknak innen eredő változásai azonban  
csaknem tökéletesen egyenlők semmivel, s csak egyedül de-  
czember 26-dikához tartozó  $\alpha$ (O—C) középszámnál rug a vál-  
tozás egy másodperc két tized részére.

A tizenegy normalhely eltérése a kiindulati elemektől  
tehát következő lesz:

Szám	idő	$\alpha$ (O—C)	$\delta$ (O—C)
I.	1861. július 1 <sup>d</sup> 10 <sup>b</sup>	+ 8" .04	—7" .56
II.	» 2 11	+ 13.97	— 6.06
III.	» 3 12	+ 13.96	— 5.90
IV.	» 22 18	— 2.94	— 0.04

	Szám	idő	$\alpha$ (O—C)	$\delta$ (O—C)
A)	V. 1861.	aug. 15 <sup>d</sup> 0 <sup>h</sup>	— 1".89	+0".22
	VI.	sept. 8 0	— 2.16	+2.71
	VII.	oktob. 8 12	— 1.35	+3.68
	VIII.	novb. 6 0	+ 5.88	+0.26
	IX.	decz. 1 0	+ 10.35	+4.69
	X.	» 26 0	+ 20.94	+7.41
	XI. 1862.	márcz. 23 12	+104.81	+1.68

Hozzáadván ezen számokat a naplók megfelelő adataihoz, tizenegy a látszólagos éjegyenre vonatkozó normalhely fog eredni, ugyanis.

Sorsz.	idő	$\alpha$ app.	$\delta$ app.	észl.sz.
I.	1861. jul. 1 <sup>d</sup> 10 <sup>h</sup>	111° 34' 15".96	+55° 29' 41".59	18
II.	» 2 11	127 52 1.26	+62 24 43.28	15
III.	» 3 12	146 32 8.01	+66 1 5.75	22.21
IV.	» 22 18	221 20 1.94	+50 49 13.18	20
V.	aug. 15 0	228 49 35.60	+45 31 21.19	20
VI.	sept. 8 0	235 35 2.40	+42 56 11.61	23.22
VII.	okt. 8 12	245 47 13.68	+41 35 28.46	22.23
VIII.	nov. 6 0	256 52 21.42	+42 13 34.03	25
IX.	decz. 1 0	267 33 6.21	+44 22 37.78	26.23
X.	» 26 0	278 51 30.87	+47 58 42.89	19.17
XI.	1862. márcz. 23 12	320 12 37.31	+67 48 22.51	5

De miután felemrendszerünk az 1861.0-diki közép éjegyenre vonatkozik, egyszerűsítés kedvéért normalhelyeinket is ugyanazon közép éjegyenre visszük át, s e miatt látszólagos normalhelyeinkből a következő mennyiségek vonandók le:

präcessio 1861.0 óta + nutatio

	norm. hely	$\alpha$ -ból	$\delta$ -ból
	I.	+62".35	— 4".54
	II.	+66.44	— 8.98
	III.	+63.38	—13.18
B)	IV.	+28.91	—41.95
	V.	+31.47	—41.48
	VI.	+32.92	—13.55
	VII.	+33.39	—10.77
	VIII.	+33.22	— 6.50



norm. hely	$\alpha$ -ból	$\delta$ -ból
IX.	+32.87	— 1.66
X.	+32.02	+ 3.86
XI.	+21.74	+23.74

Az így eredő normalhelyek igen pontos valódi észleleteknek tekintendők. De miután az üstökösnek egy-egy valódi helye egyszersmind a háborok függvénye is, tehát a háborok befolyását normalhelyeinkből, hogy ezek kertüléki elemrendszer által állíttathassanak elő, le kellend vonni. Számításunk legközelebb tárgya tehát a háborok kipuhatolása lesz.

Mindenek előtt elemrendszerünket az 1860.0 közép éjegyénre fogjuk átvinni, a végett t. i., hogy az Astronomische Nachrichten-ben előforduló (berlini 0<sup>h</sup>-ra számított) segédtablákat, melyek a háborító bolygóknak a nappályára vonatkozó derékszögű összrendezőit tartalmazzák, s melyek 1861. és 1862. években az 1860.0 közép éjegyénre vonatkoznak, közvetlen alkalmazhassuk.

Hansen (az Astr.-Nachr.-ben tartalmazott) képletei szerint (elhanyagolva a másod rendű tagokat):

$$i_{1861.0} = i_{1860.0} + 0''.47085 \cos(\Omega + 6^\circ 29'.1)$$

$$\Omega_{1861.0} = \Omega_{1860.0} + 50''.23651 - 0''.47085 \cotgi \sin(\Omega + 6^\circ 29'.1)$$

$$\pi_{1861.0} = \pi_{1860.0} + 50''.23651 + 0''.47085 \operatorname{tg} \frac{1}{2} i \sin(\Omega + 6^\circ 29'.1);$$

innen erednek a mi elemeink egyévi praecessiói:

$$\delta i = + 0''.125$$

$$\delta \Omega = + 50.273$$

$$\delta \pi = + 49.817$$

s kivonás által előbbi elemeinkből:

$$\left. \begin{aligned} i &= 85^\circ 26' 29''.45 \\ \Omega &= 278 \ 57 \ 11.90 \\ \pi &= 249 \ 3 \ 17.04 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} 1860.0 \\ \text{közép éjegyén} \end{array}$$

a mely értékek a többi elemmel együtt az üstökösnek az 1860.0 közép nappályára vonatkozó derékszögű összrendezőit adták.

Alig lesz szükséges megjegyezni, hogy + X tengely a tavaszpontban, + Y tengely 90°-nyi hosszúságban, s + Z tengely a nappályának éjszaki sarka felé irányzottnak képzelendő.

A megnevezett derékszögű összrendezők — a bolygó-tömegekkel együtt — a következő »háborító erők«-re vezettek:

$$\text{♀} + \text{♂} + \text{♂} + \text{♀} + \text{♀} \\ (7 \text{ tizedes egységében})$$

berlini Oh	X-ben	Y-ban	Z-ben
1861. május 8	+0.0012	—0.0056	+0.0255
18	0.0069	—0.0067	0.0227
28	0.0109	—0.0082	0.0205
junius 7	0.0127	—0.0121	0.0218
17	+0.0048	—0.0352	0.0388
27	—0.0403	—0.3192	+0.0709
julius 7	+0.0875	—0.0357	—0.1198
17	0.0462	+0.0056	—0.0362
27	0.0380	0.0092	—0.0239
august. 6	0.0343	0.0114	—0.0223
16	0.0313	0.0132	—0.0231
26	0.0282	0.0142	—0.0244
septbr. 5	0.0252	0.0143	—0.0258
15	0.0219	0.0133	—0.0270
25	0.0187	0.0117	—0.0281
október 5	0.0157	0.0092	—0.0292
15	0.0135	0.0050	—0.0304
25	0.0120	+0.0007	—0.0314
novemb. 4	0.0115	—0.0047	—0.0327
14	0.0122	—0.0099	—0.0336
24	0.0142	—0.0152	—0.0347
deczemb. 4	0.0175	—0.0204	—0.0356
14	0.0221	—0.0246	—0.0368
24	0.0275	—0.0279	—0.0376
1862. január 3	0.0336	—0.0303	—0.0385
13	0.0404	—0.0312	—0.0392
23	0.0467	—0.0306	—0.0401
február 2	0.0530	—0.0286	—0.0405
12	0.0587	—0.0255	—0.0410
22	0.0629	—0.0212	—0.0412



berlini Oh	X-ben	Y-ban	Z-ben
márcz. 4	0·0663	—0·0163	—0·0414
14	0·0683	—0·0108	—0·0414
24	0·0687	—0·0058	—0·0411
április 3	0·0679	—0·0009	—0·0410
13	0·0659	+0·0035	—0·0407
23	0·0634	0·0067	—0·0403
május 3	+0·0600	+0·0089	—0·0399

(Uranus már nem bir befolyással.)

Ezen számok rendnélkülisége június- és júliusban az üstökös ez időbeni nagy közelségét a földhöz tünteti ki.

Ha most október 30-dikát érintési pontul vesszük, akkor az egészlés Encke módszere szerint adja a következő (derékszögű összerendezőkben kifejezett s az 1860·0 közép nap-pályára vonatkozó) háborokat:

(7 tizedes egységében.)

berlini Oh	$\xi$	$\eta$	$\zeta$
1861. május 8	+125	+ 2	—287
18	137	52	—272
28	145	94	—269
június 7	148	117	—271
17	145	123	—265
27	134	118	—241
július 7	114	91	—202
17	95	66	—167
27	77	47	—137
augustus 6	60	34	—109
16	45	23	— 85
26	32	15	— 64
september 5	22	9	— 46
15	14	5	— 31
25	8	2	— 19
október 5	4	+ 1	— 9
15	1	0	— 3
25	0	0	0
november 4	0	0	0
14	1	— 1	— 3
24	4	— 2	— 10

<u>berlini <math>O_h</math></u>	<u><math>\xi</math></u>	<u><math>\eta</math></u>	<u><math>\zeta</math></u>
deczemb. 4	7	— 5	— 20
14	13	— 10	— 34
24	21	— 17	— 51
1862. január 3	31	— 28	— 73
13	45	— 41	— 98
23	63	— 57	— 128
február 2	85	— 76	— 161
12	113	— 99	— 199
22	146	— 123	— 241
márczius 4	186	— 150	— 288
14	232	— 178	— 339
24	284	— 208	— 394
április 3	344	— 238	— 454
13	410	— 268	— 519
23	482	— 297	— 588
május 3	+561	— 326	— 661

Ezen háborok jelentékeny hiba nélkül greenwichi  $O_h$ -ra s az 1861-0 közép éjegyekre vonatkozóknak is tekinthetők.

Továbbá a közbeiktatás a normalhelyek idei számára s az átváltoztatás az egyenlítőre — adják a következő (az 1861-0 egyenlítőre vonatkozó s  $\xi_0$ ,  $\eta_0$ ,  $\zeta_0$  betűkkel jelölt) háborokat.

Hogy a háborítások befolyását egyszerre pillanthassuk át, ide kapcsoljuk azon értékeket is, melyek a még később előforduló észleletek vagy normalhelyek időadataihoz tartoznak.

<u>greenwichi idő</u>	<u><math>\xi_0</math></u>	<u><math>\eta_0</math></u>	<u><math>\zeta_0</math></u>
1861. június 12 <sup>d</sup> 0 <sup>h</sup>	+147	+218	— 199
30 12	+127	+190	— 165
július 1 10	+125	+186	— 162
2 11	+123	+182	— 160
3 12	+121	+177	— 157
22 18	+ 85	+109	— 116
august. 15 0	+ 46	+ 57	— 70
sept. 8 0	+ 19	+ 24	— 34
októb. 8 12	+ 3	+ 4	— 6



gricenwichi idő	$\xi_0$	$\eta_0$	$\zeta_0$
novbr. 6 <sup>d</sup> 0 <sup>h</sup>	0	0	0
decz. 1 0	+ 6	+ 3	— 17
26 0	+ 23	+ 5	— 58
1862. márcz. 23 12	+281	+ 34	—441
április 16 8	+434	+ 39	—608
30 9	+540	— 36	—715

Helyettesítve ezen értékeket a következő különböző képletekben (melyekben  $\alpha$ ,  $\delta$  és  $\triangle$  a földközepi egyenes emelkedést, elhajlást s a földtőli távolságot jelentik):

$$d\alpha = \frac{-\sin\alpha}{\triangle \cos\delta} \cdot \xi_0 + \frac{\cos\alpha}{\triangle \cos\delta} \eta_0$$

$$d\delta = \frac{-\cos\alpha \cdot \sin\delta}{\triangle} \xi_0 - \frac{\sin\alpha \cdot \sin\delta}{\triangle} \eta_0 + \frac{\cos\delta}{\triangle} \zeta_0$$

$$d\triangle = \cos\delta \cdot \zeta_0 - \triangle \cot\delta \cdot d\delta$$

a háborok következőleg mutatkoznak kifejezve a földközepi összerendezőkben:

idő	$d\alpha$	$d\delta$	$d\triangle$
1861. juu. 12 <sup>d</sup> 0 <sup>h</sup>	— 1 <sup>''</sup> .03	— 2 <sup>''</sup> .15	+325
30 12	—35.92	—35.71	— 9
ju. 1 10	—47.72	—28.78	— 61
2 11	—60.40	—18.02	—110
3 12	—63.36	— 7.30	—145
22 18	— 1.25	+ 0.98	—176
C) aug. 15 0	— 0.07	+ 0.05	—101
sept. 8 0	+ 0.03	— 0.05	— 46
okt. 8 12	+ 0.01	— 0.01	— 8
nov. 6 0	0.00	0.00	0
decz. 1 0	+ 0.06	— 0.08	— 12
26 0	+ 0.22	— 0.24	— 44
1862. márcz. 23 12	+ 1.98	— 1.88	—319
ápril. 16 8	+ 2.77	— 2.53	—471
30 9	+ 3.14	— 2.92	—581

Ha most a B) és C) alatti számokat kivonjuk látszólagos normalhelyeinkből, akkor a következő tizenegy az 1861-0 közép éjegyzenre vonatkozó s 1861. október 30.<sup>d</sup> 0<sup>h</sup>-kor érintkező kerülék által előállítandó normalhely ered:

(Érintkezés 1861. okt. 30-0)

greenwichi idő		$\alpha$ (1861 <sup>o</sup> )			$\delta$ (1861 <sup>o</sup> )		
1861. jul.	1 <sup>d</sup> 10 <sup>h</sup>	111° 34'	1."33		+55° 30'	14."90	
	2 11	127 51	55.22		62 25	10.28	
	3 12	146 32	7.99		66 1	26.23	
	22 18	221 19	34.28		50 49	27.15	
august.	15 0	228 49	4.20		45 31	35.62	
sept.	8 0	235 34	29.45		42 56	25.21	
október	8 12	245 46	40.28		41 35	39.24	
novemb.	6 0	256 51	48.20		42 13	40.53	
deczemb.	1 0	267 32	33.28		44 22	39.52	
	26 0	278 50	58.63		47 58	39.27	
1862. márcz.	23 12	320 12	13.59		+67 48	0.65	

A legvalószínűbb pályaelemek kitudására felállítandó feltéti egyenletekben azon különbségeket kellend helyettesíteniük, melyek a normalhelyek s a kiindulati elemekkel számított földközepi összrendezők között léteznek. Ezen különbségeket A) táblánk (tekintettel C) táblára) — teljes szorossággal nem adhatja, még pedig a következő két okból:

1) ezen tábla számai a valódi eltérésnek úgy szólván csak megközelített értékein alapulnak; ezeket ugyanis — mint fentebb említettük — a Bessel-féle tábla segélyével számítottuk;

2) a Nautical almanac (1861; 1862) évkönyvei a Carlini-féle régiebb naptáblákat használja; azonkívül a Nautical almanacban a napösszrendezőköt illetőleg elhanyagoltatik a nap szélessége.

Eltökéltük tehát, a szóban lévő különbségeket egy új és legpontosabban elintézendő összehasonlítás útján leszármaztatni. E végett »v« mennyiségre nézve Gauss szoros képletei (»Theoria motus« 37. l.) szerint járunk el, s a napösszrendezőköt Hansen tábláiból (»Tables du Soleil exécutées etc. par M. M. P. A. Hansen et Olufsen, Copenhague 1853«) veszszük ki.

A később felhozandó Gauss-féle képletekben előforduló  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  mennyiségek logaritmusai kiindulati elemeink szerint a következők:



$$\log \alpha = 0.0846502$$

$$\log \beta = 7.8712893$$

$$\log \gamma = 0.0012878$$

Az innen eredő a normalhelyek ideire számított  $v$  és  $r$  mennyiségek összehasonlítva azon értékekkel, melyeket naplónk számításában használtunk, olyan különbségeket mutatnak, melyek úgy szólnán tökéletesen össze vágnak ama harmad-rendű tagokkal, melyek a Bessel-féle táblába már nincsenek felvéve.

A megnevezett tagok értékei a következők:

norm. hely száma	$v$	$dv$	$d \log r$ 7. tizedes
I.	34° 48'	0."00	0
II.	36 24	0.00	0
III.	37 58	-0.01	0
IV.	61 54	-0.01	0
V.	80 38	+0.01	0
VI.	93 6	0.04	+ 1
VII.	103 35	0.09	2
VIII.	110 22	0.14	4
IX.	114 54	0.18	6
X.	118 34	0.22	8
XI.	127 19	+0.37	+16

befolyásuk a földközepi helyre, mely

$$\frac{d\alpha}{dv} \cdot dv + \frac{d\alpha}{dr} \cdot dr$$

$$\frac{d\delta}{dv} \cdot dv + \frac{d\delta}{dr} \cdot dr$$

összegek által képviseltetik, ez:

	norm. hely száma	$d\alpha$	$d\delta$
	I.	-0."01	-0."03
	II.	-0.02	-0.02
	III.	-0.03	-0.02
	IV.	-0.01	-0.01
D)	V.	0.00	+0.01
	VI.	+0.01	0.04
	VII.	0.01	0.10

norm. hely száma	$d\alpha$	$d\delta$
VIII.	0."00	0."17
IX.	0.00	0.24
X.	0.01	0.31
XI.	+0.26	+0.40

a miből az látszik, hogy az A) alatti számok innen eredő javításai igen kicsinyek. Jelentékenyebb változásokat pedig ( $\alpha$  és  $\delta$ -ban) a napösszrendezők javításai idéznek elő, főképp midőn az üstökös felette közelített a földhöz.

Habár nem tagadható, hogy mikor az üstökös igen közel van a földhöz, az észlelet és számítás közötti nagyobb különbségek csak csekélyebb jelentőséggel bírnak, mivel ezek a pályaelemek igen kis változásai által megsemmisülnek, mégis a pályaszámítás egyetlen feladata csak az lehet: az észleleteket belső szorosságukhoz képest kielégíteni.

A napösszrendezők feletti kutatást egyszersmind (a mint ezt a háborok előadásában már tettük) az 1861. június és 1862. április hónapokon terjesztjük át.

Hansen és Olufsen táblái adták nekünk a látszólagos nap következő (L) hosszait, (B) szélességeit, és (R) földtől távolságait:

greenwichi közép idő		L	B	log R
1861. jun.	12 <sup>d</sup> 0 <sup>h</sup>	81° 25' 44."2	+0."02	0.0068276
»	30 12	99 4 23.7	+0.91	0.0072231
julius	1 10	99 56 49.9	+0.88	0.0072265
»	2 11	100 56 25.2	+0.82	0.0072292
»	3 12	101 56 0.8	+0.74	0.0072294
»	22 18	120 17 54.5	+0.62	0.0067696
august.	15 0	142 34 33.4	+0.04	0.0053083
septemb.	8 0	165 46 36.1	−0.35	0.0029394
október	8 12	195 40 57.1	−0.20	9.9992263
novemb.	6 0	224 5 42.3	−0.25	9.9958774
deczemb.	1 0	249 20 24.9	−0.67	9.9937075
»	26 0	274 46 26.8	−0.95	9.9927021
1862. márcz.	23 12	3 6 34.2	−0.26	9.9989378
április	16. 8 <sup>h</sup> 13 <sup>m</sup> 54. <sup>s</sup> 8	26 33 44.4	−0.67	0.0018777
»	30. 9 2 27. 8 40	13 23.2	−0.08	0.0035069



A Nautical almanac-kali összehasonlítás pedig a következő különbségekre vezetett.

Hansen — Naut. alm.		
idő	dL	dlogR
1861. jun. 12	+1."6	— 5
» 30	+1.9	— 7
jul. 1	+1.9	— 6
» 2	+1.8	— 5
» 3	+1.8	— 6
» 22	+1.5	—12 ... (⊙)
aug. 15	+1.3	—16
sept. 8	+2.1	—12
okt. 8	+2.9	—14
novb. 6	+3.5	—10
decz. 1	+3.3	— 4
» 26	+2.7	— 2
1862. márcz. 23	+3.9	+ 6
ápril. 16	+4.1	+14
» 30	+3.8	+17

Mi ezen számokat amazokkal hasonlítjuk össze, melyek Dr. P o w a l k y-tól az »Astronomische Nachrichten“ 1334. számában közölt táblából (»Correctionen der Sonnenörter im Berliner Jahrbuche) némi biztossággal a közbeiktatas útján erednek. Ezen ellenörködés miatti összehasonlítás megítélésében pedig a következő két körülményt kellend szem előtt tartanunk:

- 1) hogy a berlini évkönyv közvetlen valódi (azaz aberratiótól mentté tett) naphosszuságokat ad, mialatt a Nautical almanac adatai a látszólagos napra vonatkoznak.

Ezen körülmény annyiban bir befolyással vizsgálódásunkra, a mennyiben az aberratiói constansnak Hansen és Olufsen tábláiból kiveendő értéke a másodperc körülbelül két tizedrészével üt el azon értéktől, mely a berlini évkönyvben (s a Nautical almanac-ban is) használtatik.

- 2) hogy a Nautical almanac napadatai a Carlini-féle, a berlini évkönyvéi pedig a Bessel javította Carlini-féle naptáblákon alapulnak.

Ez utóbbi körülményre nézve a berlini évkönyv adatait a Nautical almanac-éival hasonlítjuk össze, s a greenwichi közép délre számítva, a következő különbségeket találjuk.

Naut. alm. — berl. évkönyv.

idő	dL	dlogR
1861. jun. 12	+0."9	0
» 30	+0.3	— 3
jul. 1	+0.4	— 1
» 2	+0.5	+ 1
» 3	+0.5	+ 2
» 22	+0.4	— 8
aug. 15	+1.4	— 1
sept. 8	+1.0	+ 7
okt. 8	+1.1	+ 9
novb. 6	+1.0	+11
decz. 1	+0.8	+ 9
» 26	+0.3	+ 2
1862. márcz. 23	+0.3	— 4
ápr. 16	+0.3	—11
30	+0.7	+ 7

Továbbá az elsőbbi körülmény tekintetbe vételére a Nautical almanac-ból kiszámított »valódi« naphosszak javításait — Hansen szerint meghatározva — találjuk:

Hansen — Naut. alm.

idő	dL	dlogR
1861. jun. 12	+1."4	megmaradnak az (⊙) alatti javítások
» 30	+1.7	
jul. 1	+1.7	
» 2	+1.6	
» 3	+1.6	
» 22	+1.4	
aug. 15	+1.1	
sept. 8	+1.9	
okt. 8	+2.7	
nov. 6	+3.4	
decz. 1	+3.1	
» 26	+2.5	



idő	dL	dlogR
1862. márcz. 23	+3."7	megmaradnak az
ápril. 16	+3.9	(⊙) alatti javi-
» 30	+3.6	tások

A két utolsó számsorzat értékeit most egymáshoz adva — az így nyert összegek a P o w a l k y-féle tábla közbeiktatott adataival eléggé össze vágnak; ezek pedig a következők:

Hansen — berlini évkönyv  
(P o w a l k y szerint)

idő	dL	dlogR
1861. jun. 12	+2."4	— 7
» 30	+2.0	— 6
jul. 1	+2.1	— 5
» 2	+2.1	— 3
» 3	+2.2	— 2
» 22	+1.9	—18
aug. 15	+2.4	—15
sept. 8	+2.7	— 5
okt. 8	+3.9	— 3
nov. 6	+4.3	0
decz. 1	+3.8	+ 2
» 26	+2.7	0
1862. márcz. 23	+4.1	+ 2
ápril. 16	+4.3	+ 5
» 30	+4.4	+22

Fogjunk most azon változások kieszközléséhez, melyeket az (⊙) alatti javítások a derékszögű egyenlitői összrendezőkben idéznek elő. De mielőtt ezt tennők, a B mennyiségekből még ki kell vonnunk a napszélesség präcessióját 1861.0 óta, mivel t. i. napösszrendezőink szintén az 1861.0 éjegyenre vonatkozóknak tételnek fel; világosság kedvéért az így változtatott B mennyiségeket  $B_0$ -val jelöljük.

Továbbá még az lesz tekintetbe veendő, hogy a nappálya közép ferdesége ( $\epsilon_{1860.0}$ ) H a n s e n szerint  $d\epsilon = 0."65$ -czel kisebb annál, melylyel a Nautical almanac-féle napösszrendezők számítvák.

A napösszrendezők (X Y Z)-nek változásai meghatározására a következő képletek szolgálnak:

$$dX = X \cdot \frac{dR}{R} - \frac{Y}{\cos \varepsilon} \cdot dL$$

$$dY = Y \cdot \frac{dR}{R} + X \cos \varepsilon \cdot dL - R \sin \varepsilon \cdot B_0 - Z d\varepsilon$$

$$dZ = Z \cdot \frac{dR}{R} + X \sin \varepsilon \cdot dL + R \cos \varepsilon \cdot B_0 + Y \cdot d\varepsilon$$

a hol  $dL$ ,  $B_0$ ,  $d\varepsilon$  mennyiségek ivben kifejezendők. A számbeli (numericus) értékek helyettesítése által lesz a 7. tizedes egységében:

idő	dX	dY	dZ
1861. jun. 12	— 80	+ 17	—38
» 30	— 90	— 29	—11
jul. 1	— 88	— 29	—10
» 2	— 85	— 25	—13
» 3	— 84	— 27	—19
» 22	— 50	— 53	—31
aug. 15	— 9	— 57	—52
sept. 8	+ 2	— 84	—67
okt. 8	+ 69	—119	—44
novb. 6	+133	—107	—18
decz. 1	+151	— 52	0
26	+128	+ 11	+13
1862. márcz. 23	+ 3	+181	+57
ápr. 16	— 61	+205	+19
30	— 90	+173	+22

Továbbá  $dX$ ,  $dY$ ,  $dZ$  mennyiségeket a 8. lapon felhozott képletek segítségével  $d\alpha$  és  $d\delta$ -ra átváltoztatván, nyerjük mint a földközepi egyenes emelkedés és elhajlás innen eredő változásait:

	Norm. hely száma	$d\alpha$	$d\delta$
1861. jun. 12		+ 3."35	—1."69
» 30		+21.13	+0.22
	I.	+23.91	—1.47
	II.	+23.85	—4.66
	III.	+20.35	—6.98



	Norm. hely száma	$\delta\alpha$	$\delta\delta$
	IV.	+ 0."37	—2."33
	V.	+ 0.72	—1.17
	VI.	+ 0.78	—1.11
E) . . . .	VII.	+ 1.33	—0.77
	VIII.	+ 1.58	—0.48
	IX.	+ 1.48	—0.22
	X.	+ 1.21	+0.01
	XI.	+ 1.81	+0.62
1862. ápr. 16		+ 2.44	+0.67
» 30		+ 2.49	+0.65

Ha most — visszatérvén feladatunkhoz D) és E) szám-  
tárok értékeit ellenkező jegyekkel hozzáadjuk A) és C) szám-  
tárok (A—C) különbségéhez, akkor azon mennyiségek ered-  
nek, melyek kiindulati elemrendszerünknek a normalhelyek-  
től való szoros eltérését képviselik, s melyek a fennemlített  
feltételei egyenletekben helyettesítendők.

Mi azonban fennebbi kutatásainknak főképp elméleti  
oldalát akarjuk szem előtt tartani, s valamint a Gauss-féle  
képletekkel számított  $v$  és  $r$  mennyiségek szoros értékeiből  
indulván ki, egyenesen származtatjuk le a földközepi helyeket,  
úgy egy úttal a napösszrendezők végleges értékeit is alkal-  
mazzuk ezen számításban.  $d\alpha$ ,  $d\delta$ ,  $dL$ ,  $dR$  mennyiségek feletti  
számításaink, bár általok utólag csak ezen mennyiségek be-  
folyását a földközepi összrendezőkre a mi üstökösünknel mint  
gyakorlati példában akarjuk mutatni, mégis annyiban járul-  
tak a pályaszámításhoz, a mennyiben a normalhelyeknek  
szóban lévő egyenes összehasonlítása vizsgálatául szolgáltak.

A napösszrendezők végleges értékeit közvetlen a nap  
egyenes emelkedései- és elhajlásaiból határozzuk meg. Han-  
sen & Olufsen táblái adják a következő látszólagos egye-  
nes emelkedéseket (A) és elhajlásokat (D):

	greenwichi köz. idő	A	D
1861. jun. 12 <sup>d</sup> 0 <sup>h</sup>		80° 40' 11."22	+23° 10' 49."44
» 30 12		99 52 30.93	+23 8 50.08

greenwichi köz. idő		A	D
jul.	1 <sup>a</sup> 10 <sup>b</sup>	100° 49' 22."93	+23° 5' 5."07
»	2 11	101 53 56.40	+23 0 24.63
»	3 12	102 58 25.61	+22 55 18.04
»	22 18	122 29 43.92	+20 6 9.31
aug.	15 0	144 55 54.91	+13 59 58.08
sept.	8 0	166 54 35.86	+ 5 36 46.16
okt.	8 12	194 26 34.36	— 6 10 37.71
novb.	6 0	221 37 53.54	—16 4 52.06
decz.	1 0	247 39 20.11	—21 52 5.00
»	26 0	275 12 7.01	—23 22 16.59
1862. márcz.	23 12	2 51 10.81	+ 1 14 13.95
ápril.	16 8 <sup>h</sup> 13 <sup>m</sup> 54 <sup>s</sup> 8	24 38 14.78	+10 15 11.70
»	30 9 2 27.8	37 48 23.69	+14 53 43.26

Hogy ezeket az 1861. közép éjegyekre visszavigyük, levonandók belőlök a präcessió 1861.0 óta és anutatio, azonkívül az aberratiótól megszabadítás végett

még A-tól ez:  $\text{Cos} \epsilon \cdot \sec D^2 \times$  a nap hosszának aberrációjával

D-től ez:  $\text{Sin} \epsilon \cdot \cos A \times$  » » »

E három levonandó mennyiség összegét a következő tábla mutatja:

idő		(A—A <sub>0</sub> )	(D—D <sub>0</sub> )
1861. jun.	12	+19."93	+ 3."09
»	30	+23.89	+ 0.23
jul.	1	+24.05	+ 0.07
»	2	+24.23	— 0.12
»	3	+24.43	— 0.31
»	22	+27.11	— 3.98
aug.	15	+28.73	— 8.33
sept.	8	+29.57	—11.86
okt.	8	+31.87	—13.87
novb.	6	+37.28	—12.11
decz.	1	+44.25	— 6.87
»	26	+50.19	+ 1.41
1862. márcz.	23	+53.35	+23.24
ápril.	16	+57.45	+22.11
»	30	+61.39	+19.60



Az így nyert közép egyenes emelkedések ( $A_0$ ) és elhajlások ( $D_0$ )-nak e képletekbe:

$$X = R \cos D_0 \cos A_0$$

$$X = R \cos D_0 \sin A_0$$

$$Z = R \sin D_0$$

való helyettesítése adta végre a kívánt derékszögű napösztrendezőket.

E mennyiségeken — valamint  $v$  és  $r$  szigorú értékein — a következő számtár alapszik, mely kiindulati elemrendszertünk definitív eltérését a normalhelyektől tünteti ki:

Szám	idő	$\alpha$ (O—C)	$\delta$ (O—C)
I.	1861. jul. 1	+33."51	+22."64
II.	» 2	+ 51.27	+16.30
III.	» 3	+ 58.27	+ 8.73
IV.	» 22	— 2.07	+ 1.24
a) .. V.	aug. 15	— 2.44	+ 1.25
VI.	sept. 8	— 2.97	+ 3.84
VII.	oktb. 8	— 2.67	+ 4.33
VIII.	novb. 6	+ 4.31	+ 0.58
IX.	decz. 1	+ 8.85	+ 4.82
X.	» 26	+ 19.57	+ 7.33
XI.	1862. márcz.23	+100.81	+ 2.53

Átme gyünk most a feltételeli egyenletek felállítására szükségelt különböző hányadosok leszarmaztatására.

Rövidség okáért mind azt akarjuk előre bocsájtottnak venni, a mit ezen tárgy felett 1860. II. üstökös és Europa bolygó-róli értekezéseinkben adtunk elő. Ennek utána csak a következő hat különböző hányados:

$$\frac{dv}{dT'} \frac{dr}{dT'} \frac{dv}{dq'} \frac{dr}{dq'} \frac{dv}{de'} \frac{dr}{de'}$$

fogja figyelmünket igénybe venni.

Megjegyezvén, hogy  $M$  a közep eltérést (t észlelési időben),  $\varphi$  a középküliségi szöget,  $a$  a nagyobbik féltengelyt,  $\mu$  a közép napi mozgást jelöli, egyéb teendők nem lesz, mint az

$$\begin{aligned}
 M &= \mu (t - T) \\
 a(1 - e) &= q \\
 \mu &= \frac{k}{a^{3/2}} \quad (k = 0.0172021)
 \end{aligned}$$

egyenletekből eredő:

$$\begin{aligned}
 dM &= -\frac{3}{2} \cdot \frac{k}{a^{5/2}} (t - T) da - \mu dT \\
 da &= \frac{dq}{1 - e} + \frac{a}{1 - e} de
 \end{aligned}$$

különbzéki meghatározásokat helyettesítenünk amaz egyenletekbe, melyek  $dv$  és  $dr$  változásokat adják  $dM$ ,  $da$ ,  $dq$  változások által. Ez uton nyerjük a következő ismert kifejezéseket:

$$\begin{aligned}
 \frac{dv}{dT} &= -\frac{k\sqrt{p}}{rr} \\
 \frac{dr}{dT} &= -\frac{e \sin v \cdot k}{\sqrt{p}} \\
 \frac{dv}{dq} &= -\frac{3}{2} \cdot \frac{K(t-T)\sqrt{p}}{rr \cdot q} \\
 \frac{dr}{dq} &= \frac{r}{q} - \frac{3}{2} \cdot \frac{e \sin v \cdot k(t-T)}{q\sqrt{p}}
 \end{aligned}$$

a hol  $p$  a félgőcshúrt  $= q(1 + e)$  — jelenti.

A megkívánt hat. különbzéki hányados két utolsója ez uton nyerve azonban a számbeli alkalmazásra nem igen használható, s e tekintetben szükséges lesz, különös uton eljárni, a mi felett a következő elméleti kitérést bátorkodunk tenni.

$\frac{dv}{de}$  és  $\frac{dr}{de}$  különbzéki hányadosok kiszámítása.

A Gauss-féle egyenletek azon esetben, ha a középküliség igen közelit az egységhez (vagyis a középküliség értéke esetében) a »v« valódi eltérés kiszámítását tanítják minden megkívánható szigorúsággal s egyszersmind utat nyitnak a  $\frac{dv}{de}$  különbzéki hányados kitalálására is.



S valamint mihelyt  $v$  pontos értéke ismeretes,  $r$  mennyiség kiszámítása nehézséggel már épen nem bir, szintűgy  $\frac{dr}{de}$  szoros értéke az előbbi különbzéki hányados ismeretes értékével könnyen kiszámitható. Nekünk tehát főkép  $\frac{dv}{de}$  értékének kiszámítását kellend szemügyre vennünk.

A Gauss-féle egyenletek immár a következők (Theoria motus 37. l.)

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha = \frac{75 k \sqrt{\frac{1}{5} + \frac{9}{5} e}}{2 q^{3/2}} \\ \beta = \frac{5 - 5 e}{1 + 9 e} \\ \gamma = \sqrt{\frac{5 + 5 e}{1 + 9 e}} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 75 \operatorname{tg} \frac{w}{2} + 25 \operatorname{tg} \frac{w^3}{2} = \frac{\alpha t}{B} \\ A = \beta \cdot \operatorname{tg} \frac{w^2}{2} \\ \operatorname{tg} \frac{v}{2} = \sqrt{\frac{\gamma \cdot \operatorname{tg} \frac{w}{2}}{1 - \frac{4}{5} A + C}} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} B = 1 + \frac{3}{175} A^2 + \frac{2}{425} A^3 + \dots \\ C = \frac{8}{175} A^2 + \frac{8}{525} A^3 + \dots \end{array} \right.$$

a mely csoportok harmadika a második csoport közvetett feloldására szolgálván, Gaussnál egy számbeli (numericus) tábla által pótoltatik, melynek argumentuma  $A$ .

Hozzáfogván ezen egyenletek különbzékeléséhez, először szem előtt tartjuk az általános feladatot,  $\frac{dv}{de}$  mennyiségnek tetszés szerint való szorosságali előállítását, továbbá azon körülményt, miszerint a szóban levő mennyiség csak megkö-

zelített ismerete majdnem mindig eleget fog tenni, hol egy üstököspálya javításáról van szó.

Miután a következő különbzékelésben egyedül »e« mennyiség tekintetetik független változónak, egyszerűség kedvéért a különbzéki hányadosok helyett csupán a különbzékeket tesszük.

Felvevén e jelöléseket:

$$\sqrt{1 - \frac{4}{5} A + C} = \sigma$$

$$\frac{d\sigma}{dA} \cdot \frac{A}{\sigma} = m$$

$$\frac{dB}{dA} \cdot \frac{A}{B} = n$$

$$\frac{75}{2} \cdot \frac{\sin w}{\cos \frac{w}{2}} = f$$

$$\frac{\alpha t}{B} = g$$

a Gaussféle egyenletek középső csoportja —  $dA$  és  $dw$  különbzékeket kiküszöbölve — következő egyenletet adja:

$$(f + 2ng) \cdot \frac{dv}{\sin v} = (1 + 2m)g \cdot \frac{d\alpha}{\alpha} + (mf - ng) \cdot$$

$$\frac{d\beta}{\beta} + (f + 2ng) \cdot \frac{d\gamma}{\gamma} \dots \dots \dots 1)$$

$$\frac{d\alpha}{\alpha} = \frac{9}{2(1+9e)} de$$

$$\frac{d\beta}{\beta} = \frac{-10}{(1-e)(1+9e)} de$$

$$\frac{d\gamma}{\gamma} = \frac{-4}{(1+e)(1+9e)} de.$$

Továbbá  $m$  és  $n$  mennyiségek kifejezve  $A$  mennyiség által ezek:



$$\begin{cases} m = \frac{2}{5} A + \frac{48}{175} A^2 + \frac{156}{875} A^3 + \frac{113936}{1010625} A^4 + \dots \\ n = \frac{6}{175} A^2 + \frac{2}{175} A^3 + \frac{1686}{336875} A^4 + \dots \end{cases}$$

»m« mennyiség megközelített értéket ama tábla is nyújthatja, melyet Marth A. a durhami csillagda észlelője az »Astronomische Nachrichten« 1016. számában a Gauss féle egyenletek könnyített feloldása feletti értekezésében adott. Ezen tábla 2 A argumentummal  $\sigma$  logarithmusát adja, s ezen logarithmusok különbségeit használva közelítőleg lesz:

$$m = \frac{\Delta \log \sigma \times 2A}{\text{Mod. } \Delta 2A},$$

hasonlag n mennyiség megközelített értéke gyanánt Gauss táblájából vehető ki:

$$n = \frac{\Delta \log B \times A}{\text{Mod. } \Delta A}.$$

Kiegészítéstül még megjegyezzük, hogy főegyenletünk még egy másik alakban tételhetik ki. Ha t. i. kiindulati egyenleteink középső csoportjának második egyenlete helyett a következő (Theoria motus 39. l.)

$$T = \frac{1 - e}{1 + e} \cdot \text{tang } \frac{v}{2^2}$$

helyettesítjük, akkor — dT és dw különbségeket kiküszöbölve s kifejezve T mennyiséget A által — lesz:

$$[(1 - 2m')f + 2n'g] \cdot \frac{dv}{\sin v} = g \cdot \frac{d\alpha}{\alpha} + (m'f - n'g) \cdot \frac{d\beta}{\beta}.$$

$$\frac{1}{\gamma^2} + f \frac{d\gamma}{\gamma} \dots \dots \dots 2)$$

a hol

$$\begin{cases} m' = \frac{2}{5} A - \frac{8}{175} A^2 - \frac{4}{875} A^3 - \frac{1168}{1010625} A^4 - \dots \\ n' = \frac{6}{175} A^2 - \frac{2}{125} A^3 - \frac{338}{336875} A^4 - \dots \end{cases}$$



Átmenvén most azon esetre, melyben különbzéki hányadosunk értéke csak megközelített s pedig oly szorossággal kerestetik, hogy  $(1-e)$  feltételesen kis mennyiségnek másod és felsőbb hatványai elhanyagolandók, akkor 1) vagy 2) egyenletünk adja:

$$\frac{dv}{\sin v} = \left( \frac{2}{5} A + \frac{48}{175} A^2 \right) \cdot \frac{d\beta}{\beta} + \frac{d\gamma}{\gamma} + \frac{g}{f} \\ \left[ \left( 1 + \frac{4}{5} A \right) \cdot \frac{d\alpha}{\alpha} - \frac{6}{175} A^2 \cdot \frac{d\beta}{\beta} \right] \quad 3)$$

Ezen  $\frac{dv}{de}$  különbzéki hányados kiszámításához vezető utat már Nicolai is felhasználta az 1811. II. üstökös feletti értekezésében (Monatliche Correspondenz herausgegeben vom Freih. von Zach, XXVII. Bd.).

Ő azonban a Gauss-féle egyenletek megközelített alakjából indult ki, feltevén egyelőre C mennyiséget = semmivel, B mennyiséget = az egységgel. Megfontolandó pedig, hogy  $\frac{d\beta}{\beta}$  tört  $(1-e)$  mennyiséget tartalmazza a nevezőben úgy, hogy az illető együtthatókban [3] egyenletben] a másodrendű tagokra is lesz szükség tekintettel lennünk, minthogy kívánjuk, hogy eredményünk elsőrendű legyen.

Továbbá Encke a Pons-féle üstökös feletti híres értekezésében (Astronomisches Jahrbuch von Bode für das Jahr 1822.) — a Nicolai-féle képletből a következőt fejtette ki:

$$\frac{dv}{de} = \frac{9t}{2(1+9e)} \cdot \frac{k\sqrt{p}}{rr} - \frac{8 \operatorname{tang} \frac{1}{2} v}{(1+e)(1+9e)}$$

Ezen képlet, jöllehet »e« betű előfordul benne, fentebbi megjegyzésünknel fogva mégsem tartalmazza az összes elsőrendű tagokat  $(1-e)$  mennyiség szerint.

Hogy ez utóbbi képlet hiányát előtüntessük 3) képletünket a következő (helyettesítés és összevonás által) alakítjuk át:



$$\frac{dv}{de} = \frac{9t}{1+9e} \left[ 1 + \frac{2}{105} (1-e) \operatorname{tg} \frac{v^4}{2} \right] \frac{k\sqrt{p}}{rr} - \frac{8 \operatorname{tg} \frac{v}{2}}{(1+e)(1+9e)} \left[ 1 - \frac{2}{35} (1-e) \cdot \frac{\operatorname{tg} \frac{v^4}{2}}{1 + \operatorname{tg} \frac{v^2}{2}} \right]$$

mely szerint tehát az Encke-féle képlettel számított  $\frac{dv}{de}$  érté-  
kéhez még a következő (levonás és egybevonás által eredő)

$$\frac{\frac{1}{25} \operatorname{tg} \frac{v^5}{2} + \frac{1}{35} \operatorname{tg} \frac{v^7}{2}}{\left( 1 + \operatorname{tg} \frac{v^2}{2} \right)^2} (1-e)$$

érték hozzáadandó. Utóvégre 3) képletünket is  $\operatorname{tg} \frac{v}{2}$  és  $(1-e)$   
mennyiségek által fejthetjük ki, mi által lesz:

$$\frac{dv}{de} = \frac{\frac{1}{2} \operatorname{tg} \frac{v}{2} - \frac{1}{2} \operatorname{tg} \frac{v^3}{2} - \frac{2}{5} \operatorname{tg} \frac{v^5}{2}}{\left( 1 + \operatorname{tg} \frac{v^2}{2} \right)^2} + \frac{\frac{1}{4} \operatorname{tg} \frac{v}{2} - \frac{1}{4} \operatorname{tg} \frac{v^3}{2} - \frac{2}{5} \operatorname{tg} \frac{v^5}{2} + \frac{1}{35} \operatorname{tg} \frac{v^7}{2}}{\left( 1 + \operatorname{tg} \frac{v^2}{2} \right)^2} (1-e) \dots\dots 4)$$

$\frac{dv}{de}$  meghatározva lévén az:

$$r = \frac{q(1+e)}{1 + e \cos v}$$

egyenletből származó következő:

$$\frac{dr}{de} = \frac{2 r r \sin \frac{v^2}{2}}{p(1+e)} + \frac{e r r \sin v}{p} \cdot \frac{dv}{de}$$

egyenlet adandja helyettesítés által  $\frac{dr}{de}$  (vagyis  $\frac{dlr}{de}$ ) különbzők  
hányados értékét:

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{dr}{de} = \frac{\operatorname{tg} \frac{v^2}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{tg} \frac{v^4}{2} + \frac{1}{10} \operatorname{tg} \frac{v^6}{2}}{\left(1 + \operatorname{tg} \frac{v^2}{2}\right)^2} +$$

$$\frac{\frac{1}{2} \operatorname{tg} \frac{v^2}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{tg} \frac{v^4}{2} + \frac{1}{20} \operatorname{tg} \frac{v^6}{2} - \frac{3}{140} \operatorname{tg} \frac{v^8}{2}}{\left(1 + \operatorname{tg} \frac{v^2}{2}\right)^2} \cdot (1 - e) \quad 5)$$

vagy más alakban is:

$$\frac{dr}{de} = q \cdot \frac{\operatorname{tg} \frac{v^2}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{tg} \frac{v^4}{2} + \frac{1}{10} \operatorname{tg} \frac{v^6}{2}}{1 + \operatorname{tg} \frac{v^2}{2}} + q \cdot$$

$$\frac{\frac{1}{2} \operatorname{tg} \frac{v^2}{2} - \frac{1}{5} \operatorname{tg} \frac{v^6}{2} - \frac{1}{14} \operatorname{tg} \frac{v^8}{2}}{1 + \operatorname{tg} \frac{v^2}{2}} (1 - e)$$

Azonkívül  $\frac{dv}{de}$  és  $\frac{dr}{de}$  mennyiségek kiszámításában (1 — e) mennyiség első hatványára szorítkozandók, igen előnyösen is használhatjuk a fent említett Bessel-féle táblát. Ezen tábla (Abhandlung über die leichteste und bequemste Methode, die Bahn eines Cometen zu berechnen von Olbers, herausg. v. Encke, p. 149.)  $v$  mennyiséget a következő alakban fejezi ki:

$$v = w + A \cdot 100 (1 - e) + B [100 (1 - e)]^2$$

hol  $w$  a valódi eltérést oly hajtalékban jelenti, mely az »e« középküliségű kertüléssel ugyanazon  $q$  mennyiséggel bir; továbbá  $A$  és  $B$  mennyiségek csupán  $\operatorname{tg} \frac{w}{2}$  függvényei.

Különbzékelés által lesz:

$$\frac{dv}{de} = -100 A - 20000 (1 - e) B. \quad 6)$$

Nincs tehát egyéb teendők mint  $v$  értékéből  $w$  mennyiséget közelítőleg kiszámítani (a mi ugyanazon tábla másik



része segítségével történik), evvel pedig mint argumentummal A és B mennyiségeket kikeresni a táblából, s ezeket helyettesíteni utolsó képletünkbe. Az innét eredő  $\frac{dv}{de}$  értéke helyettesítve a következő —  $\mu$  segédbetűt meghatározó —

$$\operatorname{tg} \mu = e(1+e) \cdot \frac{dv}{de}$$

egyenletbe, adja továbbá:

$$\frac{dr}{de} = \frac{2rr \sin \frac{v}{2} \cdot \sin \left( \frac{v}{2} + \mu \right)}{(1+e)^2 q \cos \mu}, \quad 7)$$

a mely képlet tökéletesen szoros, úgy hogy a belőle eredő  $\frac{dr}{de}$  értékének pontossága csupán e fennebbi segédegyenletbe helyettesítendő  $\frac{dv}{de}$  értékének pontosságától függ.

Továbbá hogy szigorú 1) képletünkéből eredő  $\frac{dv}{de}$  értékeit összehasonlíthassuk azon értékekkel, melyek az ép előadott módszer szerint jönnek ki, még a Bessel-féle sornak harmadrendű tagját is, mely a többször említett táblában nincsen tartalmazva, egyenesen a Besseltől adott betűszám-tani kifejezés szerint számítottuk ki. (Monatliche Correspondenz vom Freiherrn von Zach XII. Bd.)

Ehhez képest  $v$ -nek fennebbi kifejezése helyett írjuk:

$$v = w + A 100(1-e) + B [100(1-e)]^2 + C [100(1-e)]^3,$$

$$\text{hol } C \text{ szintén } \operatorname{tg} \frac{w}{2} \text{ egy függvénye,}$$

s nem különben:

$$\frac{dv}{de} = -100 A - 20000 B(1-e) - 3000000(1-e)^2 C \dots 8)$$

Továbbá normalhelyeink számára C mennyiség értékeit következőleg számítottuk:

norm. hely	W			C
I.	34°	54'	12".2	—0."001312
II.	36	30	5.6	—0.001402
III.	38	4	15.0	—0.001493
IV.	61	58	13.5	—0.002028
V.	80	37	16.2	+0.003164
VI.	92	59	17.5	+0.013364
VII.	103	21	53.6	+0.028801
VIII.	110	4	54.8	+0.043843
IX.	114	33	40.8	+0.057139
X.	118	9	49.1	+0.070480
XI.	126	47	10.2	+0.117980
1862. ápril 16.	128	29	11.3	+0.131372
» 30.	129	23	32.9	+0.139291

s találtuk, hogy az 1) és 8) képletből számított  $\frac{dv}{de}$  értékei csak a két utolsó (áprilisi) adatnál az 5-dik tizedestől fogva térnek el jelentékenyebben egymástól.

Nem tagadható ugyan, hogy üstökös-pályajavítás esetében legtöbbszörre a szóban levő különbözéki hányadosoknak megközelített értékeivel is meg fogunk elégedhetni; de miután ezen tárgy felett bővebben értekeztünk, jónak tartjuk a különféle szorosságu képletekkel számított  $\frac{dv}{de}$  és  $\frac{dr}{de}$  értékeit is ide tenni, a végett hogy az innen eredő különbségeknek esetünkbeli nagysága (elhanyagolhatósága vagy elhanyagolhatlansága) tűnjék ki.

norm. hely	Encke képl. szerint	a segédtábla azaz 6) kép. sz.	1) szigorú képl. sz.
1861. június 12		$\frac{dv}{de} =$	+0.00406
» 30			+0.11489
I.			+0.11701
II.			+0.11901
III.			+0.12058
IV.	+0.08760	+0.08763	+0.08763
V.	—0.02004	—0.01991	—0.01991



norm. hely	Encke képl. szerint	a segédtábla azaz 6) kép. sz.	1) szigorú képl. sz.
$\frac{dv}{de} =$			
VI.	-0.13279	-0.13242	-0.13247
VII.	-0.25428	-0.25356	-0.25366
VIII.	-0.34779	-0.34667	-0.34681
IX.	-0.41484	-0.41635	-0.41653
X.	-0.47942	-0.47753	-0.47776
XI.	-0.65115	-0.64773	-0.64811
1862. április 16.	-0.69035	-0.68638	-0.68683
» 30.	-0.71197	-0.70774	-0.70819
$\frac{dr}{de} =$			
1861. június 12.		+0.00005	
» 30.		+0.07144	
I.		+0.07779	
II.		+0.08525	
III.		+0.09294	
IV.	+0.26089	+0.26091	+0.26092
V.	+0.48783	+0.48800	+0.48798
VI.	+0.72909	+0.72975	+0.72968
VII.	+1.04541	+1.04732	+1.04708
VIII.	+1.35310	+1.35700	+1.35652
IX.	+1.63339	+1.63972	+1.63896
X.	+1.92342	+1.93297	+1.93186
XI.	+3.01076	+3.03779	+3.03488
1862. április 16.	+3.32495	+3.35941	+3.35552
» 30.	+3.51324	+3.55187	+3.54783

Azonkívül még 4) és 5) képleteink szerint:

1862. április 16.	$\frac{dv}{de} =$	-0.68675	$\frac{dr}{de} =$	+3.35531
» 30.	$\frac{dv}{de} =$	-0.70811	$\frac{dr}{de} =$	+3.54748

A különbözéki hányadosoknak az a feladatuk pályajavitásnál, hogy szorozva az elemek változásaival vagy a napközepi vagy a földközepi hely megfelelő változásait hozzák elő. Azon feltétellel tehát, miszerint az elemek változásai oly kicsinyek, hogy a másodrendű tagok nincsenek befolyással a számításra, a napközepi vagy a földközepi öszrendezők így eredő változásainak össze kellend vágniok ama különbségeket.

kel, melyek akkép erednek, hogy a változásokkal többített elemek szerint kiszámított összrendezőkből levonjuk azokat, melyeket a kiindulati elemekből származtattunk le.

Alkalmazzuk most ezen vizsgálatot két utolsó időadatunkra, melynél az Encke-féle s a szigorú képlet szerint számított különbzéki hányadosok különbségei tetemesbek. Ezélra a következőkben előforduló változást

$$de = -0.0003259$$

veszszük fel, s találjuk :

	Encke képlete szerint	a szigorú képl. sz.
ápril 16.	$\frac{dv}{de} de = +46."41$	$+46."17$
» 30.	$+47.86$	$+47.60$
ápril 16.	$\frac{dlogr}{de} de -1093.5$	$-1103.6$
» 30.	$-1118.1$	$-1129.2$ (7. tiz. egys.)

Továbbá ha a kiindulati elemekből leszámaztatjuk  $v$  és  $\log r$  mennyiségeket, s »e« változtával ismételjük e számítást, s ez utóbbi műtét eredményéből levonjuk az elsőét, a különbségek rendszerint a következők :

$$\begin{aligned} &+ 46."16 \\ &+ 47.57 \\ &- 1103 \\ &- 1130 \end{aligned}$$

s ha most az egész eljárást e feltétellel ismételjük, hogy

$$B = 1, \quad C = 0,$$

akkor ezt nyerjük :

$$\begin{aligned} &+46."38 \\ &+ 47.81 \\ &- 1093 \\ &- 1119 \end{aligned}$$

A függélyesen egymás alatt álló számcsoportok összhangzása a számítás helyességének, valamint a de-változás szerinti másodrendű tagok befolyásnélküliségének bizonyíté-



kául tekinthető, a midőn az egy-egy sorban álló számok különbségei, t. i.

april 16. . . . .	—0."24	—10
» 30. . . . .	—0.26	—11

a következő a földközepi összrendezőkre való befolyással járnak együtt.

	$\overbrace{d\alpha}$	$\overbrace{d\delta}$
april 16. . . . .	—0."33	—0."20
» 30. . . . .	—0.50	—0.18

Az üstökösnek ez időbeli igen nagy elhajlásánál fogva  $d\alpha$  — számok, bár a másodperc öt tized részét is érik el, jelentőséggel nem igen bírnak; mindamellett a fentebbiek szerint azt mondhatjuk, hogy midőn  $(1-e)$  mennyiség a miénknél nagyobb értéket vesz fel, s a valódi eltérés szinte nagyobb, igen könnyen olyan esetek fordulhatnak elő, melyekben az épen tárgyalt különbözőkéi hányadosok kiszámításában a szorosabb képleteknek kellend alkalmazásba jönniök.

---

A feltételei egyenletek, melyeknek a) alatti  $\alpha(O-C)$  és  $\delta(O-C)$  eltérések megsemmisítésére kell szolgálniok, már most a következők (melyekben a különbözőkéi hányadosok helyébe ezeknek logaríthmusai vannak téve):

## egyenes emelkedés számára

0=	—	33.51	+	n0.54037	di <sub>0</sub>	+	n1.04570	dΩ <sub>0</sub>	+	9.77231	dπ <sub>0</sub>	+	n3.84999	dT	+	5.46448	dq	+	4.71562	de
0=	—	51.27	+	n0.50995	di <sub>0</sub>	+	n1.09300	dΩ <sub>0</sub>	+	0.20109	dπ <sub>0</sub>	+	n4.27735	dT	+	5.85609	dq	+	5.17611	de
0=	—	58.27	+	n0.37267	di <sub>0</sub>	+	n1.04585	dΩ <sub>0</sub>	+	0.37827	dπ <sub>0</sub>	+	n4.47385	dT	+	6.05141	dq	+	5.40211	de
0=	+	2.07	+	n9.32203	di <sub>0</sub>	+	0.22426	dΩ <sub>0</sub>	+	n9.51906	dπ <sub>0</sub>	+	n3.55688	dT	+	5.45660	dq	+	5.00549	de
0=	+	2.44	+	n9.66625	di <sub>0</sub>	+	0.16093	dΩ <sub>0</sub>	+	n9.75376	dπ <sub>0</sub>	+	n2.91919	dT	+	5.25689	dq	+	4.91227	de
0=	+	2.97	+	n9.78535	di <sub>0</sub>	+	0.11722	dΩ <sub>0</sub>	+	n9.77127	dπ <sub>0</sub>	+	n2.37805	dT	+	5.15166	dq	+	4.89701	de
0=	+	2.67	+	n9.89492	di <sub>0</sub>	+	0.06755	dΩ <sub>0</sub>	+	n8.72222	dπ <sub>0</sub>	+	n1.50780	dT	+	5.02385	dq	+	4.86489	de
0=	—	4.31	+	n9.98246	di <sub>0</sub>	+	0.00685	dΩ <sub>0</sub>	+	n9.60660	dπ <sub>0</sub>	+	1.13369	dT	+	4.86014	dq	+	4.77674	de
0=	—	8.85	+	n0.05031	di <sub>0</sub>	+	9.92431	dΩ <sub>0</sub>	+	n9.38393	dπ <sub>0</sub>	+	1.06255	dT	+	4.60338	dq	+	4.58455	de
0=	—	19.57	+	n0.11003	di <sub>0</sub>	+	9.78304	dΩ <sub>0</sub>	+	n8.30279	dπ <sub>0</sub>	+	n1.03988	dT	+	3.42504	dq	+	3.73085	de
0=	—	100.81	+	n0.27000	di <sub>0</sub>	+	0.01538	dΩ <sub>0</sub>	+	0.19809	dπ <sub>0</sub>	+	n2.31899	dT	+	n5.33094	dq	+	n5.44109	de

## elhajlás számára

0=	—	22.64	+	9.50257	di <sub>0</sub>	+	n0.60814	dΩ <sub>0</sub>	+	0.70563	dπ <sub>0</sub>	+	n4.54148	dT	+	n5.50092	dq <sub>0</sub>	+	5.27792	de
0=	—	16.30	+	9.84042	di <sub>0</sub>	+	n0.20884	dΩ <sub>0</sub>	+	0.59950	dπ <sub>0</sub>	+	n4.45102	dT	+	n5.21643	dq <sub>0</sub>	+	5.22549	de
0=	—	8.73	+	9.96226	di <sub>0</sub>	+	9.62460	dΩ <sub>0</sub>	+	0.47902	dπ <sub>0</sub>	+	n4.32380	dT	+	n5.24283	dq <sub>0</sub>	+	5.11635	de
0=	—	1.24	+	n8.22354	di <sub>0</sub>	+	n8.80078	dΩ <sub>0</sub>	+	0.06120	dπ <sub>0</sub>	+	n3.49427	dT	+	n5.55580	dq <sub>0</sub>	+	n3.50604	de
0=	—	1.25	+	n9.45390	di <sub>0</sub>	+	n9.57823	dΩ <sub>0</sub>	+	9.97007	dπ <sub>0</sub>	+	n3.29866	dT	+	n5.40375	dq <sub>0</sub>	+	n3.97129	de
0=	—	3.84	+	n9.46753	di <sub>0</sub>	+	n9.69425	dΩ <sub>0</sub>	+	9.93104	dπ <sub>0</sub>	+	n3.16376	dT	+	n5.32311	dq <sub>0</sub>	+	n4.16569	de
0=	—	4.33	+	n9.41422	di <sub>0</sub>	+	n9.78309	dΩ <sub>0</sub>	+	9.91898	dπ <sub>0</sub>	+	n3.04174	dT	+	n5.27247	dq <sub>0</sub>	+	n4.33736	de
0=	—	0.58	+	n9.29711	di <sub>0</sub>	+	n9.85152	dΩ <sub>0</sub>	+	9.92786	dπ <sub>0</sub>	+	n2.95371	dT	+	n5.24182	dq <sub>0</sub>	+	n4.48240	de
0=	—	4.82	+	n9.07123	di <sub>0</sub>	+	n9.90508	dΩ <sub>0</sub>	+	8.94270	dπ <sub>0</sub>	+	n2.88468	dT	+	n5.22757	dq <sub>0</sub>	+	n4.60570	de
0=	—	7.33	+	n7.83431	di <sub>0</sub>	+	n9.94979	dΩ <sub>0</sub>	+	9.95614	dπ <sub>0</sub>	+	n2.81463	dT	+	n5.21329	dq <sub>0</sub>	+	n4.71763	de
0=	—	2.53	+	9.74337	di <sub>0</sub>	+	n9.95205	dΩ <sub>0</sub>	+	9.87376	dπ <sub>0</sub>	+	n2.46402	dT	+	n5.04766	dq <sub>0</sub>	+	n4.87807	de



Mielőtt ezen egyenletek megoldásához foghatnánk, még szükséges lesz ezeknek viszonyos szorosságát vagyis súlyát meghatározni. Ezen meghatározás jöllehet az exact számítás utján létesülend, mégis úgy szólván csak megbecsléssel fog fölérni; szándékunkban sem lehet ugyanis, jelen értekezésünkben mindazon kutatásokat veghez vinni, melyek csak egy az észleletek összeségén terjedő definitív pályaszámításnál jutnak jelentőségre. Mi tehát az egyes észleleteknek a naplóktól való eltéréseit, mint ezeket az előbbieken előterjesztettük, levonjuk középszámaiktól, melyek A) számtár alapját képezik. Az így eredő mennyiségek — ellátva valamennyien állító jeggyel — összeadva s osztva az egy-egy normalhelybe összefoglalt szemlélések számával, a következő közép hibákra vezettek:

norm. h.	$\alpha$ -ban	$\delta$ -ban	$\delta$
I.	$\pm 3.55$	$\pm 2.65$	$+ 56^0$
II.	7.29	2.48	62
III.	7.93	2.28	66
IV.	4.82	2.40	51
V.	3.18	4.77	46
VI.	4.39	4.09	43
VII.	10.87	5.90	42
VIII.	7.03	4.68	42
IX.	10.28	7.82	44
X.	5.90	2.38	48
XI.	$\pm 14.92$	$\pm 3.29$	$+ 68$

Ezen mennyiségek egy-egy észlelet közép hibáját nem kevésbé változékonyoknak mutatják. De miután ezen változékonyság szoros összefüggésben nem látszik lenni az üstökös fényhatályosságának kisebbedésével, s az egyenes emelkedési közép hibák nem tűnnek fel világosan az elhajlás függvényeül, azt kell következtetnünk, a mit valóban az egyes észleletek eltéréseinek mivolta s az aránylagosan nem nagy észleleti számok helyben is hagynak, hogy a fentebbi számok csak csekélyebb biztossággal határozathattak meg. Azon feltétellel tehát, miszerint ezen számok különbségei inkább esetleges mennyiségeknek tekintendők, középszámot vévén uyerjük:

egy észlelt egyenes emelkedés közép hibáját  $= \pm 6.''87$

s egy észlelt elhajlását  $= \pm 4.09$

a miből továbbá következik, hogy egy egyenes emelkedési észlelet súlya ugy aránylik egy elhajlási észlelet súlyához mint 0.3550: 1. Ha tehát egy elhajlási észlelet súlyát súlyegységnek vesszük, akkor feltételei egyenleteink mindegyike, ha elhajlásra vonatkozik, észleleti számával egyenlő súlylyal fog birni, ha egyenes emelkedésre, a következő szorzattal:

$$\text{észlel. szám} \times 0.3550$$

egyenlő súlylyal. Szorozván most minden egyenletet a hozzá tartozó súlyszám négyzetgyökével, elemeinknek — a legkisebb négyzetek módszere szerinti — legvalószínűbb javításai meghatározására a következő meghatározási egyenletek állandnak:

$$\begin{aligned} 0 &= + 2893.9128 + 258.1378 \, di_0 + 604.9351 \, d\Omega_0 + 29.0897 \, d\pi_0 + 186.9233 \, dT' - 430.4017 \, dq' - 40.2385 \, de' \\ 0 &= + 13228.4394 + 604.9351 \, di_0 + 3050.9432 \, d\Omega_0 - 901.8226 \, d\pi_0 + 7413.2937 \, dT' - 1146.0240 \, dq' - 444.6907 \, de' \\ 0 &= - 5964.2404 + 29.0897 \, di_0 - 901.8226 \, d\Omega_0 + 1094.6955 \, d\pi_0 - 7131.5338 \, dT' - 556.6109 \, dq' + 360.0549 \, de' \\ 0 &= + 45692.5381 + 186.9233 \, di_0 + 7413.2937 \, d\Omega_0 - 7131.5338 \, d\pi_0 + 52730.0914 \, dT' + 425.3155 \, dq' - 3235.2449 \, de' \\ 0 &= - 4297.7341 - 430.4017 \, di_0 - 1146.0240 \, d\Omega_0 - 556.6109 \, d\pi_0 + 425.3155 \, dT' + 2481.6160 \, dq' + 224.2124 \, de' \\ 0 &= - 2438.4172 - 40.2385 \, di_0 - 444.6907 \, d\Omega_0 + 360.0549 \, d\pi_0 - 3235.2449 \, dT' + 224.2124 \, dq' + 261.2187 \, de' \end{aligned}$$

A kiindulati hibanégyzetek összege (tekintettel a súlyokra)  $= 86518.27$ , s a meghatározási egyenletek ezt 706.63-ra szállítják le.

Megoldva lesz:

$$di_0 = - 15.''46$$

$$d\Omega_0 = + 3.''09$$

$$d\pi_0 = - 7.''46$$

$$dT' = 1000. \quad dT = - 4.268$$



$$dq' = 100000 dq = + 2.468$$

$$de' = 100000 de = - 32.453.$$

Helyettesítve ezen mennyiségeket feltételeleti egyenleteinkbe, lesznek az ezekben hátra maradó hibák:

norm. h.	$\alpha$ (O—C)	$\delta$ (O—C)
I.	— 1."54	— 1."11
II.	+ 1.56	— 0.25
III.	+ 1.10	+ 0.89
IV.	— 2.51	+ 1.94
V.	+ 0.23	— 0.29
VI.	+ 0.25	+ 1.41
VII.	— 1.30	+ 1.20
VIII.	+ 1.01	— 3.37
IX.	— 1.38	— 0.19
X.	— 0.74	+ 1.02
XI.	+ 1.71	— 3.58;

továbbá a hibanégyzetek összege = 691.97 (a mely érték azért nem vághat össze egészen a fentebbi a meghatározási egyenletekből közvetlen folyt értékkel, mert a meghatározási egyenletek ezen összeget adják azon tizedes jegyeket is tekintve, melyek az ép eléadott legvalószínűbb elemjavításokhoz függesztendők volnának, s melyek az elemjavítások nagyságánál fogva befolyással vannak a négyzetekre), a miből a súlyegységnek közép hibájaul  $\pm 6."$ 58 ered. Hogy ezen értéket összehasonlíthassuk fentebbi  $\pm 4."$ 09 értékünkkel, azt kell megfontolnunk, hogy az elsőbb az egyenletekben hátramaradó hibák négyzeteiből származott, mialatt az észleletek eltéréseinek különbségeiből eredt közép hibát az egyenlő jeggyel ellátott hibák összegéből számítottuk ki. Továbbá Encke az 1834-dik évre szóló berlini évkönyvben leszármaztatta a különféle módon nyert közép hibák közötti viszonyokat. Ezek szerint ha  $r$  a valószínű hibát,  $\varepsilon_1$  az egyenjegyű hibák összegéből,  $\varepsilon_2$  a hibák négyzeteiből számított közép hibát jelöli:

$$r = 0.84535 \varepsilon_1$$

$$r = 0.67449 \varepsilon_2.$$

Ezen egyenletek bár gyakorlatilag szigorúan nem teljesíthető feltételeken alapulnak (hiszen gyakorlatilag e kétféle

közép hiba aránya csak utólag határozható meg) mégis körülbelüli vizsgálatunkra fognak szolgálhatni, s ezt adják:

$$\varepsilon_2 = 1.2539 \varepsilon_1,$$

tehát az észleletek eltéréseinek különbségeiből számított közép hibát helyettesítve lesz:

$$\varepsilon_2 = \pm 5.''13,$$

a mely érték negyed részzel kisebb fentebbi  $\pm 6.''58$  értékünkénél. Ha ilyenmü eredményhez a miénkénél biztosabb uton jutottunk volna, akkor azt kellene sejdítnünk, hogy az egy-egy normalhelyben egybekapcsolt észleletek valami állandó hibának tekintendő befolyás alatt történtek.

Továbbá jónak látszott, a normalhelyeket magokat is összehasonlítani a javított elemekkel. De miután a normalhelyek oly elemekkel összehasonlítása birtokában valánk, melyek az ép eléterjesztett számítás utján eredő legvalószínűbb elemektől csak igen csekély mennyiségekkel különböznek (s a mely elemeket már ezelőtt egy kevésbé szigorú uton találtuk), a szóban levő vizsgálatunk ügyében egyéb már nem kellett, mint e két elemrendszer közötti különbség befolyását a földközpontri összkendezőkre kiszámítani.

Az említett elemek a következők:

$$T = 1861. \text{ június } 11. ^{d}50361 \text{ greenwichi közép idő.}$$

$$\begin{array}{l} \pi = 249^\circ 3' 52.''73 \\ \text{b) } \dots \Omega = 278 \ 57 \ 58.96 \\ \quad \quad i = 85 \ 26 \ 14.33 \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} 1861.0 \\ \text{közép éjgyen} \end{array}$$

$$\log q = 9.9150734$$

$$e = 0.9850002$$

előmenő

továbbá következnek ezekből:

$$\begin{array}{l} \pi_0 = 226^\circ 58' 29.''74 \\ \Omega_0 = 280 \quad 1 \ 55.22 \\ i_0 = 89 \ 21 \ 43.87 \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} 1861.0$$

$$\begin{array}{l} A' = 33^\circ 20' 32.''28 \quad \log \sin a = 9.2419020 \\ B' = 217 \quad 3 \ 20.70 \quad \log \sin b_0 = 9.9933095 \\ C' = 306 \ 56 \ 34.52 \quad \log \sin c_0 = 9.9999731 \\ \log \alpha = 0.0845662 \\ \log \beta = 7.889583 \\ \log \gamma = 0.0013167 \end{array}$$



s a normálhelyeknek ezen constansok segítségével elintézett összehasonlítása ez:

idő	$\alpha$ (O—C)	$\delta$ (O—C)
1861. július 1	— 1."40	— 1."18
» 2	+ 1.56	— 0.15
» 3	+ 0.85	+ 0.83
» 22	— 2.31	+ 1.99
aug. 15	+ 0.29	— 0.34
b)..... sept. 8	+ 0.33	+ 1.32
oct. 8	— 1.13	+ 1.20
novb. 6	+ 1.19	— 3.37
decz. 1	— 1.21	— 0.27
» 26	— 0.61	+ 0.90
1862. márcz. 23	+ 1.50	— 3.70

Ha továbbá ezen elemekből levonjuk kiindulati a) elemeinket s nem különben ezeknek az előbbiekben kitett legvalószínűbb javításait, akkor a következő csekély különbségek erednek:

$$dT = - 0.000001$$

$$d\pi_0 = - 0."05$$

$$d\Omega_0 = - 0.03$$

$$di_0 = + 0.09$$

$$dq = 0$$

$$de = - 0.0000011$$

melyek a földközponti helyben a következő változásokat hozzák létre:

norm. h.	d. $\alpha$ (C)	d. $\delta$ (C)
I.	0."00	+ 0.04
II.	+ 0.03	+ 0.01
III.	+ 0.02	— 0.02
IV.	— 0.13	— 0.04
V.	— 0.13	— 0.03
VI.	— 0.15	— 0.02
VII.	— 0.16	— 0.01
VIII.	— 0.16	— 0.00
IX.	— 0.16	+ 0.02
X.	— 0.14	+ 0.05
XI.	+ 0.09	+ 0.13.

Levonván most ezen számokat a feltételei egyenletekben hátramaradó — fentebb eléállított — hibákból, az így nyert értékek tökéletes összhangzásban vannak a b) alatti értékekkel, melyeket az egyenes összehasonlítás adott. Ezen összhangzás normalhelyeink némelyikénél ha ugyszólván tökéletes, egyszersmind esetlegesnek is tekintendő, miután a 7 tizedes jegyű logarokkal kivitt számítás itt ott csak némi bizonytalansággal adhatja a földközponti helyt; így például, ha július 3-dikán a derékszögű  $x$  öszrendező csak egy egységgel növekedik a hetedik tizedesben, akkor az eredő  $\alpha$ -öszrendező — 0."16-czel, s ha a derékszögű  $y$ -öszrendező növekedik egy egységgel a 7. tizedesben, akkor  $\alpha$ -öszrendező — 0."25-czel változik.

Tekintetbe vesszük most amaz észleleteket is, melyek eddigi normalhelyeink időszakát vagy megelőzik vagy követik. Az utóbbiakra nézve csak két észlelet sikerült még Pulkovában t. i. 1862. április 16. és 30-dikán.

Az előbbiekre nézve az üstökös először Sidneyben 1861. május 26-dikán, Williamstownban 1861. június 6-dikán észleltetett; de az e helyekbeli észleletek már Dr. Seelingtől (Astr. Nachr. 1324.) olyanoknak ismertettek meg, melyek szorosságra nézve nem érletnek föl az európai észleletekkel. Továbbá az üstökös június 10. és 12-dikén Santiagóban, 11. és 12-dikán Rio-Janeiroban észleltetett. Ezen négy észlelet már (Astr. Nachr. 1325.) Dr. A u w e r stől összekapcsoltatott a következő normalhelybe:

1861. június 12<sup>d</sup> 0<sup>h</sup> (greenw.)  $\alpha = 61^{\circ} 14' 7''.6$   $\delta = - 27^{\circ} 18' 59''.8$ ,

mely, az Astron. Nachr. 1347-dik számában levő megjegyzés szerint, a látszólagos éjgyenre vonatkozik.

Ezen négy észlelet egymással összehasonlításától annál előbb kellett elállanom, miután az ezen észleletek részleteit tartalmazó párizsi bulletinek kezemnél nincsenek. Azonkívül



az üstökös még június 30-dikán néhány helyütt észleltetett Európában, s miután az üstökös roppant sebessége\*) folytán e naptól a következő július elsejéig tetemesen változtatta látszólagos állását az éggömbön, jónak tartottam az e napi észleleteket is felvenni a számításba.

Ez utóbbiak kutatására a következő kis ephemerida számíttatott ki — b) elemekkel s a Nautical almanac napösztrendezőivel —:

greenwichi		látszólagos			földtől táv.
köz. idő		egyenes emelk.		elhajlás	log
1861. június 30 <sup>a</sup>	11h	100° 2' 26."96 +	46° 33' 46."65		9.12708
	12	100 28 30.31	46 59 26.44		9.12766
	13	100 54 51.26	47 24 56.34		9.12827
	14	101 21 39.61	47 50 15.21		9.12892
	15	101 48 45.79	48 15 22.97		9.12961
	16	102 16 13.50 +	48 40 18.82		9.13033

Az összehasonlítás eredménye a következő:

idő	észlelési hely	$\alpha$ (O—C)	$\delta$ (O—C)
június 30 <sup>a</sup> 46	Cambridge	— 38."71	— 30."55
30 47	Párizs	— 24.59	— 48.09
30 50	Greenwich	— 14.92	— 34.31
30 56	Athene	— 16.34	— 38.51
Középszámban: jun. 30. 50		— 23."64 — 37."86	

Megjegyzések. Az üstökös jun. 30. jul. 1. és 2-dikán a moszkvai csillagdán is észleltetett, még pedig (Astr. Nachr. 1317.) mind e három napon alsó delelések a délkörön. Ezen észleletekre, melyek az Astronomische Nachrichten tar-

\*) Az üstökös látszólagos mozgásának ez időbeni sebessége a következő számokkal tüntethetik ki; befutotta t. i. egy időmásod-perczben a következő — a legnagyobb körben mért téreket:

június 30. éjfélkor	0."52
július 1. »	0.47
» 2. »	0.39
» 3. »	0.32,

nyg hogy egy nagyobb távcsőben az üstökös az álló csillagok közti folytonos mozgása észlelhető vala.

talomjegyzékéből kihagyattak, csak később akadtam; elsettjö azonban — a különbségek segítségével közelítőleg toldott naplónkkal összehasonlítva — adja:

junius 30. 40 Moszkva — 16."4 — 34."3;  
azután nem használtuk fel a következő két észleletet:

junius 30. 46 Boroszló — 99.14 — 40.98  
» 30. 61 Róma — 43.80 — 45...

A három atheni észlelet (A. N. 1330.) elseje nem állhat; a fentebbi eltérés a többi kettő közép számára vonatkozik.

Egy e napon történt második cambridge-i észlelet az elhajlási számra nézve nyomtatási hiba által el van ferdítve (A. N. 1359.)

A greenwichi (délköröni) észlelet elhajlása parallaxistól megszabadítottak vétetett fel. A többi észleletnél a következő (a nap 8."85 látköri egyenlitői látközével számított) értékek jöttek alkalmazásba:

	$\alpha$ -ban	$\delta$ -ban
Moszkva	. . . . .	+ 64."70
Boroszló	— 1."83	+ 65.23
Cambridge	+ 14.22	+ 62.42
Párizs	+ 10.30	+ 65.20
Athene	— 53.42	+ 54.80
Róma	— 57.35	+ 51.86

A fentebbi középszám adja a junius 30-diki normalhelyt — vonatkozólag a látszólagos éjgyenyre —:

idő	$\alpha$ app.	$\delta$ app.	észl. száma
1861. jan. 30 <sup>d</sup> 12 <sup>h</sup> 100° 28' 6."67	+ 46° 58' 48."58	4	

A többször említett pulkovai észleletek a következők:

pulkovai köz. idő	$\alpha$ app	$\delta$ app
1862. április 16 <sup>d</sup> 10 <sup>h</sup> 52 <sup>m</sup> 31 <sup>s</sup> . 22 <sup>h</sup>	6 <sup>m</sup> 59 <sup>s</sup> . 80	+ 73° 38' 44."2
» 30 11 42 30 22 35 12 31	+ 76 56	53.5
a látköz miatti javítások ezek:	+ 2."06	+ 1."23
	— 3.45	+ 0.89



s az időt, melyben a fény az üstököstől a földre érkezik, előleges számítás adta:

április	16.....	37 <sup>m</sup> 17 <sup>s</sup> 5
»	30.....	38 43. 5

Ezekkel ered a következő a látszólagos éjegyrenre vonatkozó s eddigi normalhelyeinkhez esatolandó két hely:

	greenwichi köz. idő	$\alpha$ app.	$\delta$ app.	észl. sz.
1862. ápril. 16 <sup>d</sup> 8 <sup>h</sup> 13 <sup>m</sup> 54 <sup>s</sup> 8	331° 44' 59."	06 +	73° 38' 45."	43 1
» 30 9 2 27 8 338 48	1.21 +	76 56	54.39	1.

Továbbá az 1861. 0 közép éjegyrenre való átvitel tekintetében négy új helyünkre nézve ezek alkalmazandók:

— präcessio 1861.0 óta — nutatio

	$\alpha$ -ban	$\delta$ -ban,
1861. június 12....	— 28."75	— 9."30
» 30....	— 56.52	+ 1.31
1862. ápril. 16....	— 21.62	— 28.41
» 30....	— 25 11	— 30.87

a mely értékekkel s nem különben a már fentebb eléadott háborok értékeivel a következő az 1861-diki közép éjegyrenre vonatkozó s egy 1861-diki október 30-dikán greenwichi 0<sup>h</sup>-kor érintkező elemrendszer által előállítandó helyek erednek, t. i.:

(Érintkezés 1861. okt. 30.0)

	greenwichi idő	$\alpha$ (1861.0)	$\delta$ (1861.0)
1861. június 12 <sup>d</sup> 0 <sup>h</sup>		61° 13' 39."	88 — 27° 19' 6." 95
» 30 12		100 27 46.07 +	46 59 25.60
1862. ápril 16 8 <sup>h</sup> 13 <sup>m</sup> 54 <sup>s</sup> 8	331 44	34.67 +	73 38 19.55
» 30 9 2 27 8 338 47		32.96 +	76 56 26.44.

Ha most ezen helyekkel a b) alatti elemeket hasonlítjuk össze — a Hansen-féle napösszrendezők alkalmazásával ered:

	idő	$\alpha$ (O—C)	$\delta$ (O—C)
1861. jun. 12.	—	7."29	+ 14."02
» 30.	—	7.28	— 2.84
1862. ápril 16.	+ 48.57	—	3.56
» 30.	+ 32.77	+ 7.15	

továbbá feltételei egyenleteink folytatásaul:

## egyenes emelkedés számára

$$\begin{aligned}
 0 &= + 7.''29 + n0.02045 di_0 + 8.43925 d\Omega_0 + n9.93042 d\pi_0 + 3.75927 dT + n5.19384 dq + n2.85907 de \\
 0 &= + 7.28 + n0.51788 di_0 + n0.96082 d\Omega_0 + n8.89038 d\pi_0 + 2.41566 dT + 4.55245 dq + n1.96586 de \\
 0 &= - 48.57 + n0.30636 di_0 + n0.30874 d\Omega_0 + 0.40981 d\pi_0 + n2.51140 dT + n5.52834 dq + n5.66576 de \\
 0 &= - 32.77 + n0.32425 di_0 + n0.47040 d\Omega_0 + 0.54193 d\pi_0 + n2.63231 dT + n5.65250 dq + n5.80470 de
 \end{aligned}$$

## elhajlás számára

$$\begin{aligned}
 0 &= - 14.02 + 9.52099 di_0 + n9.14143 d\Omega_0 + 9.60316 d\pi_0 + n3.41709 dT + n5.54774 dq + 2.50141 de \\
 0 &= + 2.84 + n7.66775 di_0 + n0.76927 d\Omega_0 + 0.77317 d\pi_0 + n4.58731 dT + n5.75692 dq + 5.28095 de \\
 0 &= + 3.56 + 9.84244 di_0 + n9.89022 d\Omega_0 + 9.78530 d\pi_0 + n2.31412 dT + n4.94084 dq + n4.83195 de \\
 0 &= - 7.15 + 9.88524 di_0 + n9.83470 d\Omega_0 + 9.70824 d\pi_0 + n2.20455 dT + n4.85381 dq + n4.77515 de
 \end{aligned}$$

Mi ezen feltételei egyenleteknek tulajdonítandó sulyok meghatározására elegendő támaszponttal csakugyan nem birunk, s nem marad egyebünk hátra, mint ama eljárást követnünk, melyet a csillagászok gyakran, sőt gyakrabban is mint szükség lenne, követnek. Elfogadjuk ugyanis azon feltevést, miszerint mind két összrendezőben,  $\alpha$ - és  $\delta$ -ban, a legnagyobb körben mért — egyennagyságu hibák egyenlő valószínűséggel állhatnak be. Ennélfogva egy elhajlási észlelet sulya úgy aránylik a hozzá tartozó egyenes emelkedési észlelethez, mint  $1 : \cos \delta^2$ . — Érdekes volt vizsgálnunk, hogy fentebbi 22 feltételei egyenletünk, vagy inkább az ezek számára leszármaztatott sulyszámok miképen helyeslik ez itteni feltevést; s találtuk hogy e felvétel alatt egy elhajlási észlelet szorossága úgy aránylik középszámban egy egyenes emelkedési észlelet szorosságához mint

$$1 : 0.640$$

mialatt  $\pm 4.''09$  és  $\pm 6.''87$  közép hibáink ugyanezen arányra nézve adják:



1: 0.596,

a mely két arány minden aggodalom nélkül egymással fölcserélhető.

Ezek szerint tehát a fentebbi egyenletek második felében a sulyszámot az észleleti számmal egyenlőnek vesszük, mialatt az első részben sulyszámmal e szorzatnak kellend állnia:

észlel. szám  $\times \cos \delta^2$

Már most összefoglalván a feltételei egyenletek összeségét ugyanazon egy kiegyenlítésbe, e végre az előbbi normalhelyeinken alapuló feltételei egyenletekben az elemjavítás-nélküli tagokat, melyek a) eltérésekkel azonosok, azokkal kell fölcserélnünk, melyeket b) számtár tartalmaz. Így a sulyszám négyzetgyökéveli szorzás által eredtek a következő — összes normalhelyeink eléállítására szolgáló — egyensúlyu vagyis súlyegységű egyenletek, melyeket azért írunk ki, hogy egy alantabb teendő megjegyzés a kellő világossággal birjon. Ezeknek első fele (junius 12-dikével kezdődven) az egyenes emelkedéseknek, másika az elhajlásoknak felel meg; a számok jobbra az egyenlőségi jegytől valamennyien logarithmusok.

#### Egyensúlyu egyenletek

$$\begin{aligned}
 0 &= 1.11241 + n0.27013 \text{ di}_0 + 8.68893 \text{ d}\Omega_0 + n0.18010 \text{ d}\pi_0 + 1.00895 \text{ dT}' + n0.44352 \text{ dq}' + n8.10875 \text{ de}' \\
 0 &= 0.99708 + n0.65283 \text{ di}_0 + n1.09577 \text{ d}\Omega_0 + n9.02533 \text{ d}\pi_0 + 9.55061 \text{ dT}' + 9.68740 \text{ dq}' + n7.10081 \text{ de}' \\
 0 &= 0.54888 + n0.94312 \text{ di}_0 + n1.44845 \text{ d}\Omega_0 + 0.17506 \text{ d}\pi_0 + n1.25274 \text{ dT}' + 0.86723 \text{ dq}' + 0.12836 \text{ de}' \\
 0 &= n0.55628 + n0.87311 \text{ di}_0 + n1.45616 \text{ d}\Omega_0 + 0.56425 \text{ d}\pi_0 + n1.64051 \text{ dT}' + 1.21925 \text{ dq}' + 0.53927 \text{ de}' \\
 0 &= n0.37574 + n0.81899 \text{ di}_0 + n1.49217 \text{ d}\Omega_0 + 0.82459 \text{ d}\pi_0 + n1.92017 \text{ dT}' + 1.49773 \text{ dq}' + 0.84843 \text{ de}' \\
 0 &= 0.78924 + n9.74766 \text{ di}_0 + 0.64089 \text{ d}\Omega_0 + n9.94469 \text{ d}\pi_0 + n0.98251 \text{ dT}' + 0.88223 \text{ dq}' + 0.43112 \text{ de}' \\
 0 &= n9.88803 + n0.09188 \text{ di}_0 + 0.58656 \text{ d}\Omega_0 + n0.17939 \text{ d}\pi_0 + n0.34482 \text{ dT}' + 0.68252 \text{ dq}' + 0.33790 \text{ de}'
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{l}
0 = n9.97449 + n0.24133 di_0 + 0.57320 d\Omega_0 + n0.22725 d\pi_0 + n9.83403 dT' + 0.60764 dq' + 0.35299 de' \\
0 = 0.49941 + n0.34125 di_0 + 0.51388 d\Omega_0 + n0.16855 d\pi_0 + n8.95413 dT' + 0.47018 dq' + 0.31122 de' \\
0 = n0.54963 + n0.45654 di_0 + 0.48093 d\Omega_0 + n0.08068 d\pi_0 + 8.60777 dT' + 0.33422 dq' + 6.25082 de' \\
0 = 0.56539 + n0.53291 di_0 + 0.40691 d\Omega_0 + n9.86653 d\pi_0 + 8.54515 dT' + 0.08598 dq' + 0.06715 de' \\
0 = 0.19982 + n0.52452 di_0 + 0.19753 d\Omega_0 + n8.71728 d\pi_0 + n8.45437 dT' + 8.83953 dq' + 9.14534 de' \\
0 = n0.32326 + n0.39460 di_0 + n0.13998 d\Omega_0 + 0.32269 d\pi_0 + n9.44359 dT' + n0.45554 dq' + n0.56569 de' \\
0 = n1.13629 + n9.75626 di_0 + n9.75866 d\Omega_0 + 9.85973 d\pi_0 + n8.96132 dT' + n9.97826 dq' + n0.11568 de' \\
0 = n0.86975 + n9.67852 di_0 + n9.82467 d\Omega_0 + 9.89620 d\pi_0 + n8.98658 dT' + n0.00677 dq' + n0.15897 de' \\
0 = n1.44778 + 9.82202 di_0 + n9.44246 d\Omega_0 + 9.90419 d\pi_0 + n0.71812 dT' + n0.84877 dq' + 7.80244 de' \\
0 = 0.75435 + n7.96878 di_0 + n1.07030 d\Omega_0 + 1.07420 d\pi_0 + n1.88834 dT' + n1.05795 dq' + 0.58198 de' \\
0 = 0.69952 + 0.13021 di_0 + n1.23578 d\Omega_0 + 1.33327 d\pi_0 + n2.16912 dT' + n1.12856 dq' + 0.90556 de' \\
0 = 9.76413 + 0.42846 di_0 + n0.79688 d\Omega_0 + 1.18754 d\pi_0 + n2.03906 dT' + n0.80447 dq' + 0.81353 de' \\
0 = n0.58019 + 0.62337 di_0 + 0.28571 d\Omega_0 + 1.14013 d\pi_0 + n1.98491 dT' + n0.90394 dq' + 0.77746 de' \\
0 = n0.94936 + n9.87405 di_0 + n9.45129 d\Omega_0 + 0.71171 d\pi_0 + n1.14478 dT' + n1.20631 dq' + n9.15655 de' \\
0 = 0.18199 + n0.10450 di_0 + n0.22874 d\Omega_0 + 0.62058 d\pi_0 + n0.94917 dT' + n1.05426 dq' + n9.62180 de' \\
0 = n0.79178 + n0.13874 di_0 + n0.36546 d\Omega_0 + 0.60225 d\pi_0 + n0.83497 dT' + n0.99432 dq' + n9.83690 de' \\
0 = n0.76004 + n0.09508 di_0 + n0.46395 d\Omega_0 + 0.59984 d\pi_0 + n0.72260 dT' + n0.94917 dq' + n0.01822 de' \\
0 = 1.22660 + n9.99608 di_0 + n0.55049 d\Omega_0 + 0.62683 d\pi_0 + n0.65268 dT' + n0.94079 dq' + n0.18137 de' \\
0 = 0.11222 + n9.75209 di_0 + n0.58594 d\Omega_0 + 0.62356 d\pi_0 + n0.56554 dT' + n0.90843 dq' + n0.28656 de' \\
0 = n0.56946 + n8.44953 di_0 + n0.56501 d\Omega_0 + 0.57136 d\pi_0 + n0.42985 dT' + n0.82851 dq' + n0.33285 de' \\
0 = 0.91768 + 0.09285 di_0 + n0.30153 d\Omega_0 + 0.22324 d\pi_0 + n9.81350 dT' + n0.39714 dq' + n0.22755 de'
\end{array}$$



$$\begin{aligned}
 0 &= 0.55145 + 9.84244 d\iota_0 + n9.89022 d\Omega_0 + 9.78530 d\pi_0 + n9.31412 dT' + n9.94084 dq' + n9.83195 de' \\
 0 &= n0.85431 + 9.88524 d\iota_0 + n9.83470 d\Omega_0 + 9.70824 d\pi_0 + n9.20455 dT' + n9.85381 dq' + n9.77515 de'.
 \end{aligned}$$

A mostani meghatározási egyenletek továbbá ezek:

$$\begin{aligned}
 0 &= - 72.2178 + 283.8888 d\iota_0 + 660.4036 d\Omega_0 + 32.8361 d\pi_0 + 163.3946 dT' - 432.1265 dq' - 39.7377 de' \\
 0 &= - 188.5310 + 660.4036 d\iota_0 + 3346.5286 d\Omega_0 - 1042.0373 d\pi_0 + 8320.3569 dT' - 1013.5305 dq' - 486.9345 de' \\
 0 &= + 26.9028 + 32.8361 d\iota_0 - 1042.0373 d\Omega_0 + 1240.1532 d\pi_0 - 8068.9267 dT' - 696.0719 dq' + 402.5890 de' \\
 0 &= - 247.1153 + 163.3946 d\iota_0 + 8320.3569 d\Omega_0 - 8068.9267 d\pi_0 + 58841.5245 dT' + 1318.1821 dq' - 3530.2536 de' \\
 0 &= + 112.3157 - 432.1265 d\iota_0 - 1013.5305 d\Omega_0 - 696.0719 d\pi_0 + 1318.1821 dT' + 2673.1934 dq' + 184.2825 de' \\
 0 &= + 50.5683 - 39.7377 d\iota_0 - 486.9345 d\Omega_0 + 402.5890 d\pi_0 - 3530.2536 dT' + 184.2825 dq' + 280.4050 de'.
 \end{aligned}$$

Itten a kiindulati hibanégyzetek összege = 2065.13, s miután ez csak 1945.58 értékre kisebbedik, azonnal láthatni, hogy a végleges elemek sokkal jobban nem fogják eléállithatni normalhelyeinket mint a b) kiindulati elemek.

A meghatározási egyenletek megoldása adja:

$$\begin{aligned}
 d\iota_0 &= - 0.''20 \\
 d\Omega_0 &= + 0.''12 \\
 d\pi_0 &= - 2.''76 \\
 dT' &= 1000. \quad dT = - 0.554 \\
 dq' &= 100000. \quad dq = - 0.281 \\
 de' &= 100000. \quad de = - 2.834
 \end{aligned}$$

Ezen javításokkal b) kiindulati elemeink a következő legvalószínűbb elemekké válnak:

(Érintés 1861. okt. 30.0)

$T = 1861. \text{ június } 11^d 50306 \text{ greenw. k. idő}$

$$\begin{array}{l} \text{egyenl.} \left\{ \begin{array}{l} \pi_0 = 226^\circ 58' 26.''98 \\ \Omega_0 = 280 \quad 1 \quad 55.34 \\ i_0 = 89 \quad 21 \quad 43.67 \end{array} \right\} 1861.0 \\ \text{e) . . . .} \left\{ \begin{array}{l} \pi = 249 \quad 3 \quad 49.88 \\ \Omega = 278 \quad 57 \quad 59.00 \\ i = 85 \quad 26 \quad 14.09 \end{array} \right\} 1861.0 \\ \text{napp.} \end{array}$$

$$\log q = 9.9150719$$

$$e = 0.9849719$$

$$\text{keringési idő} = 404.8 \text{ év}$$

előmenő.

Legyen szabad még normálhelyeink ez elemekkel történt egyenes összehasonlításában használt állandó mennyiségeket s nem különben egynehány olyan egyenletet ide toldanunk, melyek hasznosak lehetnek a földközepi helynek leszarmaztatására olyan elemrendszer által, mely kevésbé különbözik a miénktől. E végre pedig hogy az alanti különbözőkéi határozásokat biztosan alkalmazhassuk, a constansokat is egy tizedes jeggyel tovább — pontosan — számítottuk ki.

$$\log \alpha = 0.0845627.6$$

$$\log \beta = 7.8817893.0$$

$$\log \gamma = 0.0013192.1$$

$$\left( \frac{d \log \alpha}{d \log q} = -\frac{3}{2} \right) \frac{d \log \alpha}{de} = +0.1981 \quad \frac{d \log \beta}{de} = -29.2950 \quad \frac{d \log \gamma}{de} = -0.0887,$$

Világos hogy  $\log \beta$  mennyiség nem igen alkalmas a különzék általi meghatározásra, s írhatjuk e helyett:

$$\frac{d\beta}{de} = -0.5138$$

$$A' = 33^\circ 20' 28.''317 \quad \log \sin a = 9.2419035.2$$

$$B' = 217 \quad 3 \quad 17.860 \quad \log \sin b_0 = 9.9933094.1$$

$$C' = 306 \quad 56 \quad 31.640 \quad \log \sin c_0 = 9.9999730.9$$

$$d\Omega_0 = +0.9166 \, d\Omega - 0.3932 \, di$$

$$di_0 = +0.3920 \, d\Omega + 0.9194 \, di$$

$$d\pi_0 = -0.0141 \, d\Omega - 0.3889 \, di + d\pi$$



$$\begin{aligned}
 dA' &= - 0.6346 d\Omega_0 + 5.6301 di_0 + d\pi_0 \\
 dB' &= - 0.9885 d\Omega_0 - 0.1769 di_0 + d\pi_0 \\
 d\log \sin a &= + 118.54 d\Omega_0 - 7.46 di_0 \\
 d\log \sin b_0 &= - 3.72 d\Omega_0 - 0.01 di_0
 \end{aligned}
 \left. \vphantom{\begin{aligned} dA' \\ dB' \\ d\log \sin a \\ d\log \sin b_0 \end{aligned}} \right\} 7. \text{ tized egys.}$$

c) elemrendszer a normalhelyekben a következő hibákat hagyja hátra, melyeket mind a feltételei egyenletekből, mind az egyenes összehasonlítás által határoztunk meg:

idő	$\alpha$ (O—C)			$\delta$ (O—C)			észlel. száma
	egy. összh.	felt. egy.		egy. összh.	felt. egy.		
1861. jun. 12 <sup>a</sup>	— 7."19	— 7."13	+	12."72	+	12."78	4
» 30	— 6.75	— 6.82	—	3.12	—	3.38	4
julius 1	— 0.68	— 0.72	—	1.15	—	1.41	18
» 2	+	2.73	+	2.56	—	0.03	15
» 3	+	2.16	+	2.13	+	0.70	22.21
» 22	— 1.81	— 1.79	+	2.34	+	2.31	20
aug. 15	+	0.93	+	0.82	+	0.11	20
sept. 8	+	0.95	+	0.92	+	1.85	1.86 23.22
okt. 8	— 0.50	— 0.53	+	1.72	+	1.76	22.23
nov. 6	+	1.67	+	1.67	—	2.85	2.84 25
dec. 1	— 0.98	— 1.00	+	0.23	+	0.18	26.23
» 26	— 0.80	— 0.84	+	1.23	+	1.20	19.17
1862. márc. 23	— 2 91	— 2.86	—	4 10	—	4.03	5
april 16	+	41.22	+	41.24	—	3.97	3.93 1
» 30	+	22.56	+	22.74	+	6.78	6.82 1

Mi ezen számtárt az észleletek c) legvalószínűbb elemek általi előállíttatása képének nézhetjük, de a mellett arra kell tekintettel lennünk, miszerint ez itteni egyenes emelkedési eltérések úgy szólván egyenközü körben mérettek, s hogy ezek  $\cos \delta$ -vali szorzás által a legnagyobb körben mért látszólagos eltéréseket adják. Ezen műtétel folytán az áprilisi egyenes emelkedések feltűnő nagy eltérései negyed részükre szállnak le. Ha pedig általában azt kutatjuk, hogy miképen egyez meg a helyek előállíttatása ugyanezeknek külön-külön szorosságával, akkor ezen kutatás tárgyát ama mennyiségek

képezik, melyek az egyensúlyu egyenletekben (helyettesítve ezekben a legvalószínűbb elemjavításokat) hibák gyanánt maradnak hátra. Világos, hogy ugyanezen mennyiségekhez az uton is jutunk, ha fentebbi  $\alpha$  (O—C) és  $\delta$  (O—C) értékeket a súlyszámok négyzetgyökeivel szorozzuk; de mindamellett nem tartjuk fölöslegesnek említeni, hogy az előbbi ut, t. i. a szóban levő mennyiségeket közvetlen az egyensúlyu egyenletekből leszármaztatni, módszeresebbnek tekintendő. Miután ugyanis az egy egy feltételei egyenletet adó észleletek mindegyikének közép hibáját meghatároztuk — első sorosságuknál fogva — s az innen eredő súlyviszonyoknak megfelelőleg leírtuk az egyensúlyu egyenleteket, ezek azonnal oly tökéletesen helyettesítik az észleletek követelményeit, miszerint bár mily további kutatás azo a feltételhez van kötve, hogy az egyennagyságu hibák ezen egyenletekben egyenlő valószínűséggel is birjanak.

Már most b) elemrendszer legvalószínűbb javításai az egyensúlyu egyenletekben sorban a következő hibákat hagyják hátra:

<u>sz.</u>	<u>hiba</u>	<u>sz.</u>	<u>hiba</u>	<u>sz.</u>	<u>hiba</u>
1	— 12."67	11	— 3."02	21	+ 10."34
2	— 9.30	12	— 2.19	22	+ 0.65
3	— 1.83	13	— 3.80	23	+ 8.73
4	+ 5.91	14	+ 11.62	24	+ 8.46
5	+ 5.95	15	+ 5.14	25	— 14.18
6	— 4.76	16	+ 25.56	26	+ 0.86
7	+ 2.19	17	— 6.76	27	+ 4.95
8	+ 2.64	18	— 5.97	28	— 9.02
9	— 1.47	19	— 0.75	29	— 3.93
10	+ 4.96	20	+ 3.74	30	+ 6.82

(Ezen számok négyzeteinek összege = 1945.42 eléggé vág össze azon értékkel, melyet a határozási egyenletekből nyertünk.)

Ha ezen számokat átnézzük, akkor leginkább a 16. súlyegységű egyenletben hátra maradó hiba tűnik fel nagyságánál fogva, továbbá a 25. s az 1-ső egyenleté stb. Megfelelnek ezek sorban a június 11. elhajlásnak, a november 6.



elhajlásnak, a június 11. egyenes emelkedésnek stb. Valószínűnek látszik tehát, hogy a június 11-diki normalhelyt képező észleletek csekélyebb szorosságuak. — Ezen körülmény azonban, miszerint az egyenes emelkedés és elhajlás észleletei többnyire nem függetlenek egymástól, bizonyos esetekben ama körülményekhez járulhatand, melyek a feltételei egyenletek felállításánál különös eljárásokat igényelnek a végett t. i. hogy azok mint egymástól egészen függetlenek oly anyagát képezhessék a kiegyenlítési műtétnek, a milyent ez — szigorúan véve — követel.

---

